

Министерство просвещения РФ
ФГБОУ ВО «Глазовский государственный инженерно-педагогический
университет имени В.Г. Короленко»

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ГИПУ

_____ Я.А. Чиговская-Назарова

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ по общеобразовательному предмету **МАТЕМАТИКА**

Пояснительная записка

Программа вступительного испытания по общеобразовательному предмету «Математика» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования с учётом соответствия уровню сложности ЕГЭ по математике.

Вступительное испытание по математике проводится в письменной форме. Работа состоит из двадцати заданий и составлена так, чтобы абитуриент показал как знания теоретического материала, так и практические умения и навыки.

Задания делятся на две группы: в 15 заданиях первой группы нужно выбрать правильный ответ из четырех предложенных, в 5 заданиях третьей группы нужно выполнить решение и выбрать два основных промежуточных результата и итоговый ответ из предложенных.

Критерии оценки заданий

Письменная работа оценивается по 100-бальной системе. За задание из первой группы можно получить по 3 балла, за задание из второй группы по 11 баллов. Итоговый балл находится как общая сумма всех набранных баллов.

Минимальная сумма баллов для положительного результата испытания – 39 баллов.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания 1-15
3	Выбран верный ответ
0	Ответ неверный
Баллы	Критерии оценки выполнения задания 16-20
0	Ни одного верного ответа
2	Выбран верный ответ на первом промежуточном этапе.
4	Выбран верный ответ на втором промежуточном этапе
5	Выбран верный ответ

Для выполнения вступительного испытания поступающий должен знать следующий объем математических понятий и фактов:

Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа. Натуральные числа (\mathbb{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (\mathbb{Z}). Рациональные числа (\mathbb{Q}), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (\mathbb{R}), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ (n - натуральное число), $y = k/x$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах. Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$; $\cos \alpha \pm \cos \beta$.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

Производные функций: $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = a^x$; $y = ax^n$ (n - целое число); $y = \ln x$.

Геометрия. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формула площади поверхности и объема призмы.

Формула площади поверхности и объема пирамиды.

Формула площади поверхности и объема цилиндра.

Формула площади поверхности и объема конуса.

Формула объема шара.

Формула площади сферы.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = k / x$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Свойства корней квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.
Логарифм произведения, степени, частного.
Определение и свойства функции $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.
Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.
Определение и свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ и ее график.
Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
Формулы приведения.
Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
Тригонометрические функции двойного аргумента.
Производные суммы двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.
Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
Признаки параллельности прямых.
Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.
Признаки параллелограмма, его свойства.
Окружность, описанная около треугольников.
Окружность, вписанная в треугольник.
Касательная к окружности и ее свойства.
Величина угла, вписанного в окружность.
Признаки подобия треугольника.
Теорема Пифагора.
Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
Формула расстояния между двумя точками плоскости.
Уравнение окружности.
Признак параллельности прямой и плоскости.
Признак параллельности плоскостей.
Теорема перпендикулярности прямой и плоскости.
Перпендикулярность двух плоскостей.
Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.
Теорема о трех перпендикулярах.

Примерные задания вступительного испытания

Часть 1.

Выберите один правильный вариант ответа.

1. Переведите обыкновенную дробь $\frac{11}{8}$ в десятичную.
 А) 0,95 Б) 1,375 В) 3,8 Г) 1,8
2. Найдите значение выражения $\sqrt{60 \cdot 15}$.
 А) 900 Б) 90 В) 30 Г) 300
3. Найдите значение выражения $\log_7 28 - \log_7 4$.
 А) 1 Б) $\log_7 24$ В) 0 Г) 7
4. Вычислите $\sin(-330^\circ)$.
 А) -0,5 Б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Г) 0,5
5. Цена товара составляла 980 руб. На распродаже товар уценили на 20%. Сколько стоит товар после уценки?
 А) 4900 Б) 784 В) 196 Г) 1225
6. Проверьте функцию $y = x^3 - 4x$ на четность или нечетность.
 А) четная Б) нечетная В) ни та, ни другая Г) невозможно определить
7. Найдите значение выражение $\frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{b}$ при $a = 4$ и $b = 100$.
 А) -9,5 Б) -8 В) 9,5 Г) 8
8. Представьте выражение $a^{\frac{7}{2}} \cdot a^{-\frac{3}{2}}$ в виде степени с основанием a .
 А) a^5 Б) a^2 В) $a^{\frac{21}{4}}$ Г) a^{-2}
9. Найдите область значения функции $y = \frac{\sin 2x}{2}$.
 А) $[-1; 1]$ Б) $[-2; 2]$ В) $[-0,5; 0,5]$ Г) $[-0,5; 1,5]$
10. Решите уравнение $-9x - 8 = -8x$.
 А) 8 Б) -8 В) $\frac{8}{17}$ Г) $-\frac{8}{17}$
11. Решите уравнение $\frac{x-6}{x-9} = 2$.
 А) -12 Б) 24 В) -24 Г) 12
12. Найдите наибольшее значение функции $y = -x^2 - 4x + 3$.
 А) -8 Б) 2 В) -2 Г) 7
13. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5x \geq -6 \\ 2x < 3 \end{cases}$.
 А) $(-1,2; 1,5)$ Б) $[-1,2; 1,5)$ В) $[-1,5; 1,2]$ Г) $(-1,5; 1,2]$
14. Треугольник ABC прямоугольный с прямым углом C. $AB = 20$ и $AC = 16$. Найдите BC .
 А) 25 Б) 36 В) 12 Г) 4

15. Периметр параллелограмма равен 54. Одна сторона параллелограмма на 1 больше другой. Найдите меньшую сторону параллелограмма.
- А) 13 Б) 14 В) 13,5 Г) 26,5

Часть 2.

Найдите решение предложенных задач и выберите правильные ответы на вопросы.

16. Решите уравнение $\sqrt{1-x^2} + 1 = 2x$.

Область определения уравнения равна:

- 16.1 А) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ Б) $[1; +\infty)$ В) $[-1; 1]$ Г) $[-1; 0,5]$

16.2 После преобразований полученное квадратное уравнение принимает вид:

- А) $5x^2 - 4x = 0$ Б) $5x^2 - 4x + 2 = 0$ В) $3x^2 - 4x = 0$ Г) $3x^2 + 4x - 2 = 0$

Корни уравнения равны:

- 16.3 А) 0 и 0,8 Б) 0 В) 0,8 Г) $\frac{4}{3}$

17. Решите уравнение $4\sin^2 x - \cos 2x = 5$.

После преобразований (при выражении через $\sin x$) уравнение

17.1 принимает вид:

- А) $\sin^2 x - 1 = 0$ Б) $6\sin^2 x - 4 = 0$ В) $2\sin^2 x - 6 = 0$ Г) $\sin^2 x + 1 = 0$

Решения соответствующего квадратного уравнения, полученного

17.2 заменой, равны:

- А) $t = 1, t = -1$ Б) $t = \pm\sqrt{2}$ В) $t = \pm 3$ Г) нет корней

Корни уравнения равны:

- 17.3 А) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Б) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$ В) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Г) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

18. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_3 x + \log_9 x \leq -1$.

18.1 Область определения неравенства

- А) $(0; +\infty)$ Б) $[0; +\infty)$ В) $(-\infty; +\infty)$ Г) $(3; +\infty)$

18.2 После преобразований неравенство принимает вид:

- А) $2\log_3 x \leq -1$ Б) $3\log_3 x \leq -1$ В) $\log_3 x \leq -2$ Г) $4\log_3 x \leq -1$

Решение неравенства имеет вид:

- 18.3 А) $\left(-\infty; \frac{1}{9}\right)$ Б) $\left(0; \frac{1}{9}\right]$ В) $(0; +\infty)$ Г) $\left(0; \frac{1}{9}\right)$

19. Найти объем прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания равны 2 и 3, а диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{38}$.

19.1 Диагональ основания равна:

- А) 6 Б) $\sqrt{5}$ В) $\sqrt{13}$ Г) 5

- 19.2 Высота параллелепипеда равна:
 А) $\sqrt{51}$ Б) 25 В) $5\sqrt{51}$ Г) 5
- 19.3 Объем параллелепипеда равен:
 А) 30 Б) 300 В) $6\sqrt{38}$ Г) $6\sqrt{13}$
20. Определите, при каких значениях k прямая $y = k$ имеет с графиком функции $y = \frac{(x^2 + 2x)|x + 2|}{x}$ ровно одну общую точку.
- 20.1 При $x < -2$ график функции принимает вид:
 А) $y = -(x + 2)^2$ Б) $y = (x + 2)^2$ В) $y = -(x^2 - 2)$ Г) $y = x^2 - 2$
- 20.2 При $x \geq -2, x \neq 0$ график функции принимает вид:
 А) $y = -(x + 2)^2$ Б) $y = (x + 2)^2$ В) $y = -(x^2 - 2)$ Г) $y = x^2 - 2$
- 20.3 Ровно одну общую точку график функции имеет с прямой при k :
 А) $(0; +\infty)$ Б) 4 В) $(-\infty; 0]$ Г) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$

Список литературы

1. Васильков, В. И. Исследовательские задачи в курсе «Геометрия-11» : учебное пособие / В. И. Васильков, Г. Т. Биктуанова, Е. С. Заикина. — Челябинск : Челябинский государственный педагогический университет, 2015. — 152 с.
2. Гусев, Д. А. Популярная логика и занимательные задачи : учебное пособие / Д. А. Гусев. — Москва : Прометей, 2015. — 406 с.
3. Ласкер, Эм. Настольные игры и математические задачи / Эм Ласкер ; перевод В. А. Брун-Цеховой, М. С. Клейн. — Москва : Человек, 2014. — 260 с.
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 кл. : учебник для общеобразоват. организаций: базовый и углубленный уровни / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. - 10-е изд., стер. - Москва : Просвещение, 2022. - 287 с.
5. Мерзляк, А. Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 кл. : учебник: углубленный уровень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков. - 6-е изд., стер. - Москва : Просвещение, 2022. - 480 с.
6. Мерзляк, А. Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 11 кл. : учебник: углубленный уровень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков ; под ред. В. Е. Подольского. - 5-е изд., стер. - Москва : Просвещение, 2022. - 412 с.

7. Мерзляк, А. Г. Математика. Геометрия. 10 кл. : учебник: углубленный уровень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков ; под ред. В. Е. Подольского. - 7-е изд., стер. - Москва : Просвещение, 2023. - 272 с.
8. Мерзляк, А. Г. Математика. Геометрия. 11 кл. : учебник: углубленный уровень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков ; под ред. В. Е. Подольского. - 7-е изд., стер. - Москва : Просвещение, 2023. - 254 с.