

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«ГЛАЗОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени В. Г. КОРОЛЕНКО»

**ПРАКТИКУМ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ»**

*Учебное электронное издание
на компакт-диске*

Глазов
ГГПИ
2021

© ФГБОУ ВО «Глазовский государственный
педагогический институт имени В. Г. Короленко», 2021
ISBN 78-5-93008-342-2

УДК 37
ББК 74
П69

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом
ФГБОУ ВО «Глазовский государственный педагогический институт
имени В. Г. Короленко»*

Составитель – **Е. В. Корчак**, канд. пед. наук, старший преподаватель кафедры математики и информатики ФГБОУ ВО «ГГПИ им. В. Г. Короленко»

Рецензент – **М. В. Волкова**, старший преподаватель кафедры математики и информатики ФГБОУ ВО «ГГПИ им. В. Г. Короленко»

П69 **Практикум по учебной дисциплине «Теоретические основы информатики»** / сост. Е. В. Корчак. – Глазов : Глазовский государственный педагогический институт, 2021. – 1 CD-ROM.

Практикум предназначен для проведения практических (семинарских) занятий и контроля самостоятельной работы обучающихся. Даны краткие теоретические сведения, приведены типовые примеры и задания для самостоятельного решения. Содержание пособия соответствует рабочей программе дисциплины «Теоретические основы информатики».

Для студентов, обучающихся по программам высшего образования, направление подготовки «Педагогическое образование», профили – Математика и информатика, Физика и информатика.

Системные требования: процессор с тактовой частотой 1,3 ГГц и выше; 256 Мб RAM; свободное место на HDD 3,2 Мб; Windows 2000/XP/7/8/10; Adobe Acrobat Reader; дисковод CD-ROM 2-скоростной и выше; мышь.

© ФГБОУ ВО «Глазовский государственный педагогический институт имени В. Г. Короленко», 2021
ISBN 78-5-93008-342-2

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

**ПРАКТИКУМ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ»**

Составитель – Елена Владимировна Корчак

Технический редактор, корректор *М. В. Пермякова*
Оригинал-макет: *М. В. Пермякова*

Подписано к использованию 14.04.2021. Объем издания 3,2 Мб.
Тираж 8 экз. Заказ № 1163 – 2021.

ФГБОУ ВО «Глазовский государственный педагогический институт
имени В. Г. Короленко»
427621, Россия, Удмуртская Республика, г. Глазов, ул. Первомайская, д. 25.
Тел./факс: 8 (34141) 5-60-09, e-mail: izdat@mail.ru

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение

Практическое занятие по теме 1 «Системы счисления. Представление чисел в различных системах счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую, математические операции над числами в различных системах счисления»

Практическое занятие 1.1. Системы счисления. Представление чисел в различных системах счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Практическое занятие 1.2. Математические операции над числами в различных системах счисления

Практическое занятие по теме 2 «Понятие алгоритма, исполнители алгоритмов. свойства алгоритмов и способы их представления»

Практическое занятие 2.1. Составление алгоритмов решения задач и их графическое представление. Линейный алгоритм. Алгоритм с ветвлением

Практическое занятие 2.2. Составление алгоритмов решения задач и их графическое представление. Циклический алгоритм с пред- и постусловием. Исполнитель алгоритмов

Практическое занятие по теме 3. «Основные подходы к толкованию понятия «информация». виды информации и ее свойства. кодирование текстовой, графической, звуковой информации (4 часа)

Практическое занятие 3.1.1. Основные подходы к толкованию понятия «информация». Виды информации и ее свойства

Практическое занятие 3.1.2. Кодирование текстовой информации

Практическое занятие 3.2.1. Кодирование графической информации

Практическое занятие 3.2.2. Кодирование звуковой информации

Практическое занятие по теме 4 «Количество информации. единицы измерения информации. алфавитный (технический) и содержательный подходы к измерению количества информации». «Количество информации. Измерение количества информации: формула Шеннона, формула Хартли»

Практическое занятие 4.1. Алфавитный подход к измерению информации

Практическое занятие 4.2. Формула Шеннона. Формула Хартли

Практическое занятие по теме 5 «Формализация понятия алгоритм. Машина Тьюринга. Машина Поста»

Практическое занятие 5.1. Построения машины Тьюринга для решения различных задач

Практическое занятие 5.2. Составление алгоритма Поста для решения различных задач

Практическое занятие по теме 6 «Структуры данных»

Практическое занятие 6.1. Решение задач с помощью деревьев и графов. Решение задач ЕГЭ

Практическое занятие 6.2. Решение задач с помощью графов и их свойств. Решение задач ЕГЭ

Практическое занятие по теме 7 «Логические основы ЭВМ»

Практическое занятие 7.1. Минимизация булевых выражений

Практическое занятие 7.2. Решение логических задач с помощью логических выражений

ПРИЛОЖЕНИЕ А. Примеры таблиц сложения и умножения в двоичной и восьмеричной системах счисления

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Основные логические операции

ПРИЛОЖЕНИЕ В. Основные законы алгебры логики

Список информационных источников

ВВЕДЕНИЕ

Цель изучения дисциплины – формирование у обучающихся базовых научно-теоретических знаний и практических умений в области теоретических основ информатики.

Задачи:

– сформировать навыки комплексного поиска, анализа и систематизации информации по изучаемым проблемам с использованием различных источников, научной и учебной литературы, информационных баз данных, умения выражать собственные мнения и суждения и аргументировать свою позицию.

– сформировать умение объяснять (интерпретировать) содержание, сущность, закономерности, особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области «Теоретические основы информатики»;

– сформировать навыки применения в практической деятельности специальных знаний в области теоретических основ информатики;

– сформировать систематические знания в области теоретических основ информатики (хранение, передача и обработка информации), а также методов решения задач, связанных с представлением и обработкой информации;

– выработать навыки решения основных типов задач по дисциплине.

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине,
соотнесенных с установленными индикаторами достижения компетенций**

Код компетенции	ПК-5
Формулировка компетенции	Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности
Индикатор достижения компетенции	ИПК-5.1. Применяет навыки комплексного поиска, анализа и систематизации информации по изучаемым проблемам с использованием различных источников, научной и учебной литературы, информационных баз данных, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свою позицию. ИПК-5.2. Объясняет (интерпретирует) содержание, сущность, закономерности, особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области. ИПК-5.3. Применяет в практической деятельности специальные знания в предметной области (согласно профилю (профилям) подготовки).

Освоение курса «Теоретические основы информатики» направлено:

- на получение базовых знаний и формирование основных навыков по комбинаторике и математической логике, необходимых для понимания основ теории вероятностей, а также формирующих общую культуру логических рассуждений;
- развитие комбинаторного и логического мышления, необходимого для успешного освоения теоретической информатики и программирования;
- изучение понятий и методов теории информации и кодирования информации;
- изучение понятий и теории алгоритмов.

В результате изучения дисциплины «Теоретические основы информатики» студенты должны владеть основными математическими понятиями курса; уметь использовать теоретический и вычислительный аппарат для решения соответствующих прикладных задач, уметь решать типовые задачи.

Практикум составлен в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины. Содержание практических (семинарских) занятий представлено в таблице.

Содержание практических (семинарских) занятий

Наименование темы	Содержание практических занятий	Кол-во часов на изучение темы
Тема 1. Системы счисления. Представление чисел в различных системах счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую	1) представление чисел в системах счисления с разным основанием: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 16; 2) перевод чисел из 10 с/с в системы счисления с другим основанием; 3) перевод чисел с различным основанием в 10 с/с; 4) перевод чисел в системы счисления: 2 → 8 → 16 → 10 и обратно; 5) математические операции (сложение, вычитание, деление, умножение) над числами в различных системах счисления; 6) решение задач с числами, представленными в различных системах счисления	4
Тема 2. Понятие алгоритма, исполнители алгоритмов. Свойства алгоритмов и способы их представления	1) составление алгоритмов решения задач и их графическое представление: линейный алгоритм; 2) алгоритм с ветвлением; 3) циклические алгоритмы с пред- и постусловием; 4) исполнители алгоритмов; 5) решение типовых задач ЕГЭ (задания № 8, 14, 20)	4
Тема 3. Основные подходы к толкованию понятия «информация». Виды информации и ее свойства. Кодирование текстовой, звуковой, графической информации	Закрепление теоретических знаний по вопросам: 1) свойства информации; 2) основные информационные процессы	4

Окончание таблицы

Наименование темы	Содержание практических занятий	Кол-во часов на изучение темы
Тема 4. Количество информации. Единицы измерения информации. Формула Хартли. Формула Шеннона	1) решение задач на количественный, содержательный и вероятностный подходы к измерению информации	4
Тема 5. Формализация понятия «алгоритм». Машина Тьюринга. Машина Поста	1) построения машины Тьюринга для решения различных задач; 2) составление алгоритма Поста для решения различных задач	4
Тема 6. Структуры данных (переменные, массивы, очереди, стеки, строки, списки, таблицы, дерево, граф)	1) определение высоты дерева; 2) определение количества ребер и дуг графа; 3) решение задач на нахождение количества вариантов взаимодействия объектов с помощью построения графа или дерева; 4) нахождения кратчайшего расстояния между взаимосвязанными объектами с помощью графа; 5) сопоставление графа с данными таблицы; 6) решение типовых задач ЕГЭ (задание № 3, 15)	4
Тема 7. Логические основы ЭВМ	1) минимизация булевых выражений, применение основных законов алгебры логики; 2) определение переменных таблиц истинности, удовлетворяющих функции, заданной логическим выражением; 3) решение логических задач посредством составления и решения логических выражений (через минимизацию или составление таблицы истинности); 4) решение типовых задач ЕГЭ (задания № 18, 23, 26)	4
ВСЕГО		28

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ ПО ТЕМЕ 1
«СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ
В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ. ПЕРЕВОД
ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ,
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ЧИСЛАМИ
В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ»

Практическое занятие 1.1.

Системы счисления. Представление чисел в различных
системах счисления. Перевод чисел из одной
системы счисления в другую

Основные теоретические сведения.

Алгоритмы перевода чисел из одной системы счисления в другую

1. Алгоритм перевода целых чисел

Перевод чисел в 10 с/с. Для перевода числа основания p в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа p , и вычислить по правилам десятичной арифметики.

2 с/с → 10 с/с.

$$X_2 = A_n \cdot 2^{n-1} + A_{n-1} \cdot 2^{n-2} + A_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 2^1 + A_1 \cdot 2^0.$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней двойки.

Пример. Число 11101000_2 переведите в десятичную систему счисления.

$$11101000_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 232_{10}.$$

8 с/с → 10 с/с.

$$X_8 = A_n \cdot 8^{n-1} + A_{n-1} \cdot 8^{n-2} + A_{n-2} \cdot 8^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 8^1 + A_1 \cdot 8^0.$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней восьмерки.

Пример. Число 75013_8 переведите в десятичную систему счисления.

$$75013_8 = 7 \cdot 8^4 + 5 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 31243_{10}.$$

16 с/с → 10 с/с.

$$X_{16} = A_n \cdot 16^{n-1} + A_{n-1} \cdot 16^{n-2} + A_{n-2} \cdot 16^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 16^1 + A_1 \cdot 16^0.$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней числа 16.

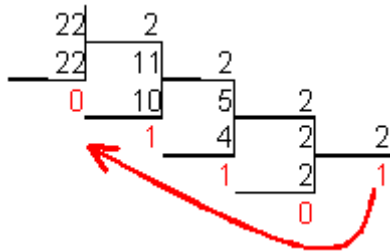
Пример. Число $FDA1_{16}$ переведите в десятичную систему счисления.

$$FDA1_{16} = 15 \cdot 16^3 + 13 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 64929_{10}.$$

Перевод чисел из 10 с/с в с/с с основанием p . Для перевода десятичного числа в p -систему его необходимо последовательно делить на p до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный $p - 1$. Полученное число в двоичной системе записывается как последовательность последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

10 с/с → 2 с/с.

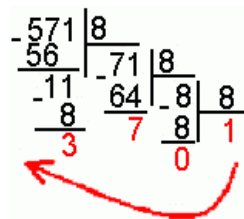
Пример. Число 22_{10} переведите в двоичную систему счисления.



$$22_{10} = 10110_2$$

10 с/с → 8 с/с

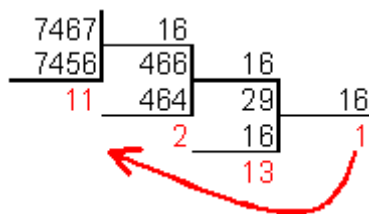
Пример. Число 571_{10} переведите в восьмеричную систему счисления.



$$571_{10} = 1073_8$$

10 с/с → 16 с/с

Пример. Число 7467_{10} переведите в шестнадцатеричную систему счисления.



$$7467_{10} = 1D2B_{16}$$

Чтобы перевести число из **2 с/с** в **8 с/с (16 с/с)**, его нужно разбить на триады (тетрады) начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую триаду нулями, и каждую триаду заменить соответствующей восьмеричной цифрой.

Пример. Число 1001011_2 переведите в восьмеричную систему счисления.

$$001\ 001\ 011_2 = 113_8.$$

Пример. Число 1011100011_2 переведите в шестнадцатеричную систему счисления.

$$1011100011_2 = 2E3_{16}.$$

Для перевода из **8 с/с (16 с/с)** в **2 с/с** необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой (тетрадой).

Пример. Число 531_8 переведите в двоичную систему счисления.

$$531_8 = 101\ 011\ 001_2.$$

Пример. Число EE_{16} переведите в двоичную систему счисления.

$$EE_{16} = 1110\ 1110\ 1000_2.$$

При переходе из **16 с/с** в **8 с/с** и **8 с/с** → **16 с/с** необходим промежуточный перевод чисел в двоичную систему.

Пример. Число FEA_{16} переведите в восьмеричную систему счисления.

$$FEA_{16} = 1111\ 1110\ 1010_2 \rightarrow 111\ 111\ 101\ 010_2 = 7752_8.$$

2. Алгоритм перевода чисел с десятичной дробью

Отметим, что дроби бывают обыкновенные и десятичные. Запись числа десятичной дробью – это распространение позиционного принципа вправо от разряда единиц. Вспомните: при переходе на один разряд влево «вклад» цифры увеличивается в 10 раз, а при переходе на один разряд вправо уменьшается в 10 раз. Так что запись 1,38054 обозначает число:

$$1 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 0 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-5}.$$

Легко понять, что и здесь вместо числа 10 можно использовать любое другое натуральное число b , большее 1. Скажем,

$$1,38054b = 1 \cdot b^0 + 3^{b-1} + 8^{b-2} + 0^{b-3} + 5^{b-4} + 4^{b-5}.$$

По аналогии с десятичными дробями будем называть такую запись дробного числа **b -ичной дробью**. Так же, как и для целых чисел, каждая цифра, используемая в записи b -ичной дроби, должна быть меньше b . Как же переводить десятичную дробь в b -ичную? Для того чтобы найти алго-

ритм, запишем b -ичную дробь $c = 0,a_1a_2 \dots a_n$ в виде суммы разрядных слагаемых:

$$c = a_1 \cdot b^{-1} + a_2 \cdot b^{-2} + \dots + a_{n-1} \cdot b^{-(n-1)} + a_n \cdot b^{-n}.$$

Из этой записи видно, что целая часть числа $bc = a_1a_2 \dots a_n$ дает первую цифру после запятой в указанном представлении числа c . Выделив в bc дробную часть, поступим с ней точно так же – умножим на b . Таким образом мы получим еще одну цифру $-(-)a_2$. И так далее. Вот пример перевода десятичной дроби $0,36$ в пятеричную и семеричную систему:

$$\begin{array}{r} \times 0,36 \\ \hline \times 1,80 \\ \hline 4,00 \end{array}$$

Ответ: $0,14_5$.

$$\begin{array}{r} \times 0,36 \\ \hline \times 2,52 \\ \hline \times 3,64 \\ \hline \times 4,48 \\ \hline \times 3,36 \\ \hline \times 2,52 \\ \hline \dots \end{array}$$

Обратите внимание: после четвертого умножения мы снова получили дробь $0,36$. Это значит, что дальше процесс будет повторяться и никогда не закончится! Тем самым после перевода числа $0,36$ в семеричную систему счисления получается бесконечная периодическая дробь: $0,23432343\dots_7 = 0,(2343)_7$. При переводе конечной b -ичной дроби в десятичную систему тоже может получиться бесконечная дробь. К примеру, запись $0,1_3$ представляет одну треть и, следовательно, в десятичной системе будет выглядеть как бесконечная десятичная дробь $0,33333\dots = 0,(3)$.

Как вы знаете, бесконечные дроби нередко округляют, оставляя такое количество разрядов, которое обеспечивает необходимую точность.

Напомним, что в десятичной системе правило округления таково: если цифра в разряде, с которого производится округление, меньше 5, то циф-

ра в предшествующем разряде не меняется, в противном случае она увеличивается на 1.

Можно сформулировать **алгоритм перевода правильной дроби с основанием p в дробь с основанием q :**

1. Основание новой системы счисления выразить цифрами исходной системы счисления и все последующие действия производить в исходной системе счисления.

2. Последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведений на основание новой системы до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равной нулю или пока не будет достигнута требуемая точность представления числа.

3. Полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.

4. Составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

Задания для самостоятельного решения

1. 2 с/с \rightarrow 10 с/с

а) У меня 100 братьев. Младшему 1000 лет, а старшему 1111 лет. Старший брат учится в 1001 классе. Может ли такое быть?

б) $10110110_2 \rightarrow X_{10}$

в) $1101101_2 \rightarrow X_{10}$

2. 8 с/с \rightarrow 10 с/с

а) $2357_8 \rightarrow X_{10}$

б) $160333_8 \rightarrow X_{10}$

в) $23564_8 \rightarrow X_{10}$

3. 16 с/с \rightarrow 10 с/с

а) $F45ED23C_{16} \rightarrow X_{10}$

б) $9E31_{16} \rightarrow X_{10}$

в) $BF55_{16} \rightarrow X_{10}$

4. 10 c/c → 2 c/c

а) $247_{10} \rightarrow X_2$

б) $159_{10} \rightarrow X_2$

5. 10 c/c → 8 c/c

а) $3336_{10} \rightarrow X_8$

б) $615_{10} \rightarrow X_8$

6. 10 c/c → 16 c/c

а) $512_{10} \rightarrow X_{16}$

в) $2045_{10} \rightarrow X_{16}$

б) $302_{10} \rightarrow X_{16}$

г) $32767_{10} \rightarrow X_{16}$

7. 2 c/c → 8 c/c

а) $1111_2 \rightarrow X_8$

б) $1010101_2 \rightarrow X_8$

8. 2 c/c → 16 c/c

а) $1111_2 \rightarrow X_{16}$

б) $1010101_2 \rightarrow X_{16}$

9. 8 c/c → 2 c/c

а) $2473_8 \rightarrow X_2$,

б) $7777_8 \rightarrow X_2$

10. 16 c/c → 2 c/c

а) $A23_{16} \rightarrow X_2$

б) $BEE_{16} \rightarrow X_2$

в) $70C558_{16} \rightarrow X_2$

11. 8 c/c ↔ 16 c/c

а) $6635_8 \rightarrow X_{16}$

б) $2473_8 \rightarrow X_{16}$

в) $F1_{16} \rightarrow X_8$

12. $0,65625_{10} \rightarrow X_8$.

13. $0,65625_{10} \rightarrow X_{16}$.

14. $0,8125_{10} \rightarrow X_8$.

15. $0,5625_{10} \rightarrow X_2$.

- 16.** Переведите число $0,816_{10} \rightarrow X_2$ с точностью до сотых.
- 17.** Переведите число $0,7_{10} \rightarrow X_2$ с точностью до 4 и 7 знаков после запятой.
- 18.** $105,4_8 \rightarrow X_{10}$.
- 19.** $17,25_{10} \rightarrow X_2$.
- 20.** $124,25_{10} \rightarrow X_8$.
- 21.** Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 14,125?
- 22.** Какое минимальное основание имеет система счисления, если в ней записаны числа 123, 222, 111, 241? Определите десятичный эквивалент данных чисел в найденной системе счисления.
- 23.** Упорядочите следующие числа по убыванию: 143_6 , 50_9 , 1222_3 , 1011_4 , 110011_2 , 123_8 .
- 24.** Через канал связи передается сообщение, состоящее из символов А, Б, В, Г. Эти символы кодируются неравномерным по длине кодом: А = 101, Б = 01, В = 11, Г = 100. Исходное сообщение имеет вид АВАБАГ. Закодируйте кодом в 16 с/с.
- 25.** Сколько единиц содержится в двоичной записи $3B5E_{16}$?
- 26.** В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 52 записывается в виде 202. Укажите это основание.

Практическое занятие 1.2

Математические операции над числами в различных системах счисления

Основные теоретические сведения

Сложение многозначных чисел в p -ичной системе счисления производится по алгоритму, составленному для сложения многозначных десятичных чисел, с той лишь разницей, что не 10, а p единиц одного разряда образуют единицу следующего разряда. (Таблица сложения и умножения чисел в различных системах счисления приведена в приложении А.)

Слагаемые записываются одно под другим так, чтобы цифры одинаковых разрядов стояли в одной вертикали. Сложение производится по разрядам начиная с низшего. Результат записывается под горизонтальной чертой, проведенной ниже слагаемых. Если при сложении однозначных чисел в каком-либо разряде суммы получается двузначное число, то в результате записывается лишь последняя цифра, а первая цифра, показывающая число единиц следующего разряда, запоминается и прибавляется к результату сложения чисел этого следующего разряда.

Пример 1.

$$\begin{array}{r} + 30462_7 \\ \quad \underline{4323_7} \\ 35115_7 \end{array}$$

Пример 2.

$$\begin{array}{r} + 20431_5 \\ \quad \quad 304_5 \\ \quad \quad \quad 1203_5 \\ \quad \quad \quad \underline{41020_5} \\ 114013_5 \end{array}$$

Вычитание производится так же по разрядам начиная с низшего. Если в каком-либо разряде уменьшаемого меньше единиц, чем в соответствующем разряде вычитаемого, то из следующего разряда уменьшаемого занимается единица, которая представляется как p единиц рассматриваемого разряда. Если же в следующем разряде оказался нуль и занять единицу невозможно, то переходим к следующему разряду и занимаем единицу там, учитывая, что ее можно представить как $p - 1$ единиц предыдущего разряда плюс рассматриваемого разряда.

Специальной таблицы для вычитания составлять не нужно, так как можно пользоваться таблицей сложения.

Пример 3.

$$\begin{array}{r} \quad 21(11)38_{13} \\ - \quad \underline{9(10)75_{13}} \\ 15\ 0\ 93_{13} \end{array}$$

Пример 4.

$$\begin{array}{r} \quad 174602_8 \\ - \quad \underline{26415_8} \\ 146016_8 \end{array}$$

Для выполнения действий умножения и деления в системе счисления с основанием p составляется таблица умножения однозначных чисел.

Умножение многозначных чисел производится столбиком аналогично умножению в десятичной системе счисления. Первый множитель умножа-

ется на число единиц каждого разряда второго множителя с последующим сложением этих промежуточных результатов.

Пример 5. В промежуточных результатах индекс основания системы не ставится.

$$\begin{array}{r} \times 32501_7 \\ \quad \underline{623_7} \\ 131103 \\ \quad 65302 \\ \quad \underline{262206} \\ 30335023_7 \end{array}$$

Таблицы сложения и умножения чисел в двоичной и восьмеричной системах счисления представлены в приложении А.

Задания для самостоятельного решения

1. $43_8 + 56_{16} = X_8$

2. $A7_{16} + 251_8 = X_{10}$

3. В комнате веселились 142_5 мух. Иван Иванович открыл форточку и, размахивая полотенцем, выгнал из комнаты 22_6 мух. Но прежде, чем он успел закрыть форточку, 21_3 мух вернулись обратно. Сколько мух теперь веселится в комнате?

4. а) $22110_4 + 11201_4 - 113_4 \cdot 33_4$

б) $3421_5 + 3333_5 - 21_5 \cdot 14_5$

в) $43210_5 - 11234_5 + 44_5 \cdot 33_5$

г) $654321_7 - 123456_7 + 55_7 \cdot 44_7$

5. Переведите числа в десятичную систему счисления и сопоставьте им букву русского алфавита.

1110_2	20_8	30_5	14_6	202_3	24_7	10000_2

Примечание: в данном слове умышленно сделана ошибка.

6. В классе 111100_2 % девочек и 1100_2 мальчиков. Сколько учеников в классе?

7. В саду $88q$ фруктовых деревьев, из них $32q$ яблони, $22q$ груши, $16q$ слив и $17q$ вишен. В какой системе счисления посчитаны деревья?

8. В математической олимпиаде участвовало 13 девочек и 54 мальчика, а всего 100 человек. В какой системе счисления записаны эти сведения?

9. Было $53q$ яблока. После того как каждое из них разрезали пополам, стало $136q$ половинок. В системе счисления с каким основанием вели счет?

Практическое занятие
по теме 1 «Системы счисления...»

Практическое занятие по теме 2
«Понятие алгоритма...»

Практическое занятие 1.1. Системы счисления. Представление чисел в различных системах счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Оглавление

Практическое занятие 2.1. Составление алгоритмов решения задач и их графическое представление. Линейный алгоритм. Алгоритм с ветвлением

10. Восстановите неизвестные цифры, обозначенные знаком вопроса, в следующих примерах на сложение и вычитание, определив вначале, в какой системе изображены числа.

а)
$$\begin{array}{r} 2?21 \\ + 123? \\ \hline ?203 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 5?55 \\ + ?327 \\ \hline ?16?4 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 21?02 \\ + ?1212 \\ \hline ?2?021 \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 4?5 \\ - 136 \\ \hline ?56 \end{array}$$

11. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $4^{2013} + 2^{2010} - 1$?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ ПО ТЕМЕ 2

«ПОНЯТИЕ АЛГОРИТМА, ИСПОЛНИТЕЛИ АЛГОРИТМОВ. СВОЙСТВА АЛГОРИТМОВ И СПОСОБЫ ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ»

Практическое занятие 2.1

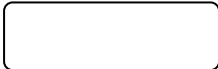

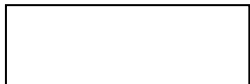
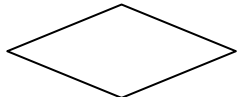

Составление алгоритмов решения задач и их графическое представление.

Линейный алгоритм. Алгоритм с ветвлением

Основные теоретические сведения

Блок-схема, или графический способ, позволяет отобразить алгоритм в виде последовательности связанных между собой блоков, каждый из которых отображает выполнение одной или нескольких операций процесса обработки данных. Блоки имеют строго установленную конфигурацию, соответствующую определенному типу операций. Размеры блоков также стандартизованы.

Основные условные обозначения в блок-схемах

Условное обозначение	Назначение блока
	Начало или конец алгоритма
	Ввод или вывод данных. Внутри блока перечисляются данные через запятую
	Процесс (вычислительный блок). Внутри блока записываются математические формулы и операции для обработки данных
	Проверка условия. Внутри блока записываются логические условия. Имеет два выхода: ДА (+) и НЕТ (-)
	Направление

Линейный алгоритм. Элементарной структурной единицей любого алгоритма является простая команда, обозначающая один элементарный шаг обработки или отображения информации.

Все величины подразделяют на **постоянные (константы)** и **переменные**. Значение константы не может быть изменено в процессе исполнения алгоритма в отличие от переменных величин, значения которых могут быть изменены.

Для обозначения величин используются **имена**, или **идентификаторы**. Как правило, в качестве идентификаторов используют последовательности букв, цифр и других допустимых символов.

Значение переменной величины может быть изменено с помощью команды **присваивания**, имеющей общий вид:

$$\langle \text{идентификатор} \rangle := \langle \text{выражение} \rangle$$

В угловых скобках записываются основные понятия, которые в реальных командах заменяются на конкретные имена и конкретные выражения.

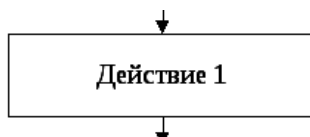
Знак присваивания ($:=$) обозначает указание исполнителю выполнить действие, состоящее в том, чтобы вычислить значение выражения, стоящего в правой части команды присваивания; присвоить это значение переменной, имя которой стоит в левой части команды.

Например, команда $x := 1$ означает, что переменной x присваивается значение 1, а команда $y := y + 1$, что переменной y присваивается значение, которое на 1 больше прежнего ее значения.

Переменной величине может быть присвоено значение и с помощью команды **ввода**, которая передает исполнителю значение переменной из некоторого внешнего источника. Например, команда **ввод** (x, y) означает, что исполнитель получает из внешнего источника два значения, которые должны быть присвоены переменным x, y .

Аналогичная команда **вывода** **вывод** (x, y) означает, что исполнитель должен выдать для отображения значения величин x, y .

Простая команда при графическом способе записи алгоритмов представляется в виде функционального блока, имеющего один вход и один выход, *например*:

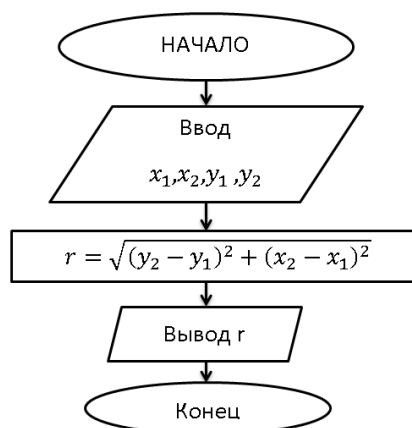
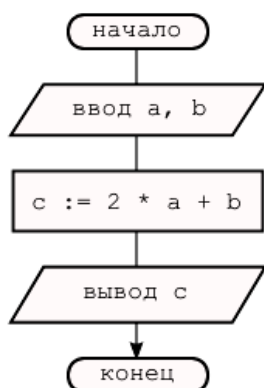


Команда следования. Эта команда образуется из **последовательности команд**, следующих одна за другой. При записи на псевдокоде команды отделяются друг от друга точкой с запятой. При исполнении алгоритма команды выполняются одна за другой в естественном порядке их записи. Для обозначения начала и конца команды следования используются служебные слова **начало** и **конец**.

Общий вид команды следования:

Псевдокод	Язык блок-схем
действие 1 действие 2 . . . действие n	<pre> graph TD Start([НАЧАЛО]) --> Command1[команда 1] Command1 --> Command2[команда 2] Command2 --> Command3[команда 3] Command3 --> End([КОНЕЦ]) </pre>

Алгоритм, состоящий из команд следования, называется линейным.



Примеры для самостоятельного решения

1. Даны длины сторон треугольника A , B , C . Найдите площадь треугольника S . Составьте блок-схему алгоритма решения поставленной задачи.

2. Даны координаты вершин треугольника ABC . Найдите его площадь. Составьте блок-схему алгоритма решения поставленной задачи.

3. В квадратной комнате шириной A и высотой B есть окно и дверь с размерами C на D и M на N соответственно. Вычислите площадь стен для оклеивания их обоями. Составьте блок-схему алгоритма решения поставленной задачи.

4. Дана величина A , выражающая объем информации в байтах. Переведите A в более крупные единицы измерения информации. Составьте блок-схему алгоритма решения поставленной задачи.

5. Вычислите путь, пройденный лодкой, если ее скорость в стоячей воде v км/ч, скорость течения реки v_1 км/ч, время движения по озеру t_1 ч, а против течения реки – t_2 ч. Составьте блок-схему алгоритма решения поставленной задачи.

6. Составьте блок-схему алгоритма нахождения середины отрезка с помощью циркуля и линейки.

7. Вычислите значение функции $Y = \frac{(A^2+4)^2}{7} + 5$. Составьте блок-схему алгоритма.

8. Вычислите значение функции $Y = \frac{x^2+x^4}{x^2+1}$. Составьте блок-схему алгоритма.

9. Составьте блок-схему алгоритма нахождения площади трапеции по введенным значениям оснований (a и b) и высоты (h), $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Задания для самостоятельного решения

Составьте алгоритм решения задачи с помощью блок-схем, используя конструкцию линейного алгоритма.

1. Вычислите площадь поверхности и объем усеченного конуса по следующим формулам: $S = \pi(R + r)l + \pi R^2 + \pi r^2$; $V = \frac{1}{3}\pi(R^2 + r^2 + \pi r)h$.

2. Вычислите координаты центра тяжести трех материальных точек с массами m_1, m_2, m_3 и координатами $(x_1; y_1), (x_2; y_2), (x_3; y_3)$ по формулам:

$$x_c = (m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3) / (m_1 + m_2 + m_3);$$

$$y_c = (m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3) / (m_1 + m_2 + m_3).$$

3. Вычислите площадь треугольника со сторонами a, b, c по формуле Герона: $S = \sqrt{(p - a)(p - b)(p - c)}$, где p – полупериметр, вычисляемый по формуле $(a + b + c) / 2$.

4. Вычислите координаты точки, делящей отрезок a_1a_2 в отношении $n_1:n_2$, по формулам: $x = (x_1 + yx_2)/(1 + y)$; $y = (y_1 + yy_2)/(1 + y)$, где $y = n_1/n_2$.

5. Вычислите медианы треугольника со сторонами a, b, c по формулам:

$$m_a = 0,5\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2};$$

$$m_b = 0,5\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2};$$

$$m_c = 0,5\sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}.$$

6. Вычислите площадь круга и длину окружности по введенному значению радиуса.

7. Вычислите площадь S и периметр L эллипса по введенным значениям полуосей a и b : $S = \pi \cdot a \cdot b$; $L = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2)}$.

8. Вычислите объем V и площадь боковой поверхности цилиндра S по введенным значениям радиуса основания R и высоты цилиндра H :
 $V = \pi \cdot R^2 \cdot H$; $S = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H$.

9. Вычислите объем V и площадь боковой поверхности конуса S по введенным значениям радиуса основания r , высоты h и образующей l :
 $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$; $S = \pi \cdot r \cdot l$.

10. Вычислите объем V и площадь поверхности S сферы по введенному значению радиуса r : $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$; $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$.

11. Дано целое четырехзначное число. Используя операции `div` и `mod`, найдите сумму его цифр.

12. Дана сторона равностороннего треугольника. Найдите площадь этого треугольника и радиусы вписанной и описанной окружностей.

13. Даны координаты трех вершин треугольника $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, $(x_3; y_3)$. Найдите его периметр и площадь.

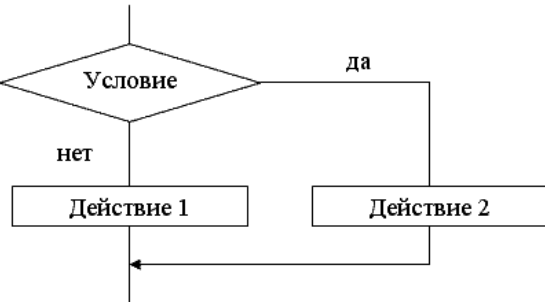
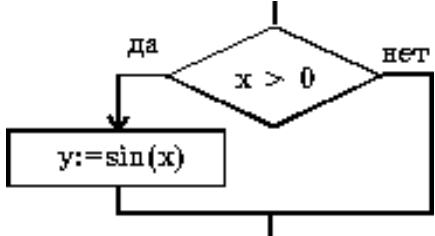
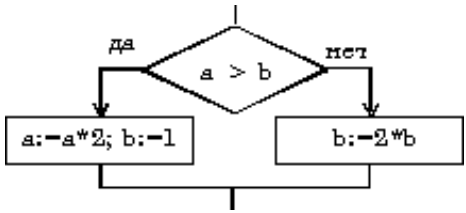
14. Дана длина окружности. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью.

15. Дана площадь круга. Найдите длину окружности, ограничивающей этот круг.

Алгоритм с ветвлением. Простейшая форма ветвления – это *альтернатива*, где есть два возможных пути, и выбор зависит от того, верно или неверно некоторое *условие*.

Алгоритм, в котором в зависимости от условия выполняется либо одна, либо другая последовательность действий, называется *разветвляющимся*.

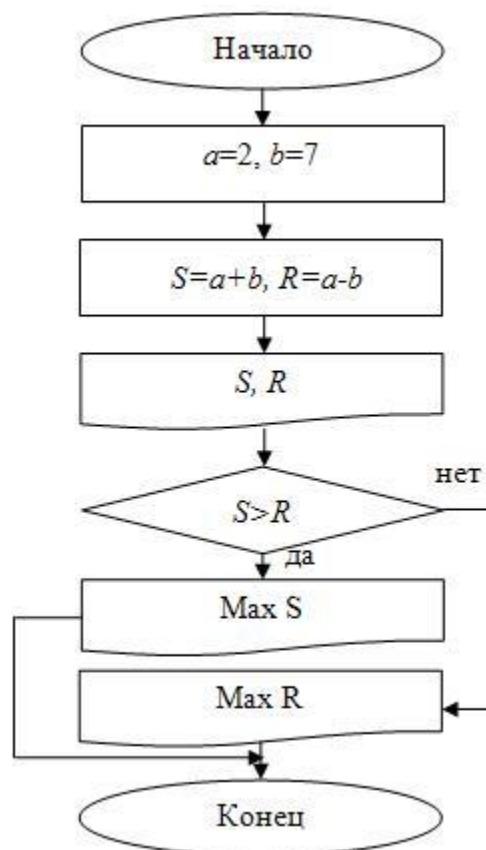
Условие – выражение, находящееся между словом «если» и словом «то» и принимающее значение «истина» (ветвь «да») или «ложь» (ветвь «нет»). Возможна полная и неполная форма ветвления.

Псевдокод	Язык блок-схем
если <условие> то <команда 1> иначе <команда 2> все	
если $x > 0$ то $y := \sin(x)$ все (неполная форма ветвления)	
если $a > b$ то $a := 2 \cdot a; b := 1$ иначе $b := 2 \cdot b$ все (полная форма ветвления)	

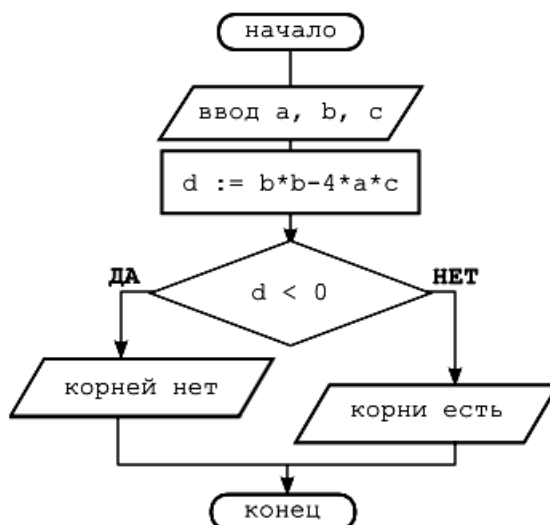
Примеры алгоритмов с разветвлением

1. Даны числа $a = 2$, $b = 7$. Вычислите сумму S и разность R чисел a и b . Сравните полученные значения S и R и укажите большее из них.

Решение. Сначала необходимо задать значения a и b . Затем рассчитать сумму и разность по формулам $S = a + b$, $R = a - b$ и вывести полученные числа на экран (блок вывода данных). Когда значения S и R будут получены, следует сравнить их между собой. Условие запишется в виде: $S > R$. Если полученная сумма S будет больше разности R , то мы пойдем по стрелке «да» и выведем фразу «Max S». Если же условие окажется ложным (т. е. $S < R$), то пойдем по стрелке «нет» и выведем фразу «Max R».



2. Определите, имеет ли квадратное уравнение корни.



Задания для самостоятельного решения

Составьте алгоритм решения задачи с помощью блок-схем, используя конструкцию алгоритма с ветвлением.

1. Составьте программу для решения квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

2. Определите максимальное четное число из двух введенных.

3. Определите, можно ли из отрезков с длинами x , y и z построить треугольник.

4. Введите два числа a и b . Большее число замените утроенным произведением, меньшее – полусуммой.

5. Если среди трех чисел a , b , c имеется хотя бы одно четное, то найдите максимальное число, иначе – минимальное.

6. Определите, в каком квадранте находится точка с координатами x и y , и выведите номер квадранта на экран.

7. Найдите квадрат наибольшего из двух чисел a и b . Выведите на экран число 1, если наибольшим является число a ; число 2, если наибольшим числом является b .

8. Определите, попадает ли точка с координатами x и y в круг радиусом R . Если точка попадает в круг, выведите на экран единицу, в противном случае – ноль.

9. Напишите алгоритм решения задачи, которая решает уравнение $ax + b = 0$ относительно x для любых чисел a и b , введенных с клавиатуры. Все числа считаются действительными.

10. Напишите алгоритм решения задачи, которая определяет, лежит ли точка $A(x; y)$ внутри некоторого кольца («внутри» понимается в строгом смысле, т. е. случай, когда точка A лежит на границе кольца, недопустим). Центр кольца находится в начале координат. Для кольца заданы внутренний и внешний радиусы r_1, r_2 . Координаты x и y вводятся с клавиатуры.

11. Даны две переменные целого типа: A и B . Если их значения не равны, то присвойте каждой переменной произведение этих значений, а если равны, то присвойте переменным нулевые значения.

12. Даны две переменные целого типа: A и B . Если их значения не равны, то присвойте каждой переменной минимальное из этих значений, а если равны, то присвойте переменным нулевые значения.

13. Даны целочисленные координаты точки на плоскости. Если точка не лежит на координатных осях, то выведите 0. Если точка совпадает с началом координат, то выведите 1. Если точка не совпадает с началом координат, но лежит на оси OX или OY , то выведите соответственно 2 или 3.

14. Даны вещественные координаты точки, не лежащей на координатных осях OX и OY . Выведите номер координатной четверти, в которой находится данная точка.

15. Дано целое число, лежащее в диапазоне от -999 до 999 . Выведите строку – словесное описание данного числа вида «отрицательное двузначное число», «нулевое число», «положительное однозначное число» и т. д.

Практическое занятие 2.2

Составление алгоритмов решения задач и их графическое представление. Циклический алгоритм с пред- и постусловием. Исполнитель алгоритмов

Основные теоретические сведения

Циклический алгоритм. Многие алгоритмы содержат серии команд, которые должны реализовываться исполнителем **многokrатно**. Если такие алгоритмы записывать в виде составной команды следования, то каждую повторяемую команду пришлось бы записать столько раз, сколько раз она повторяется (если вообще известно количество повторений). Однако это неэффективный способ записи алгоритмов. Поэтому для обозначения многократно повторяемых действий используют специальную конструкцию – **цикл**.

Составная **команда цикла**, называемая также **командой повторения**, содержит условие, значение которого определяет **количество повторений**.

Циклический алгоритм – описание действий или группы действий, которые должны повторяться указанное число раз или пока не выполнено заданное условие. **Совокупность повторяющихся действий** – **тело цикла**.

В рассмотрении циклического алгоритма следует выделить несколько понятий.

Тело цикла – это набор инструкций, предназначенный для многократного выполнения.

Итерация – это единичное выполнение тела цикла.

Переменная цикла – это величина, изменяющаяся на каждой итерации цикла.

Каждый цикл должен содержать следующие необходимые элементы:

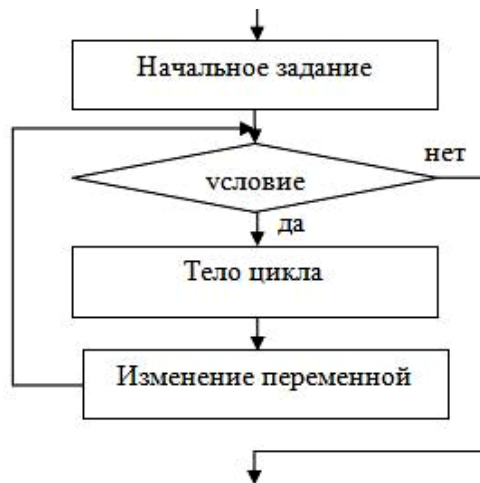
1. Первоначальное задание переменной цикла.
2. Проверку условия.
3. Выполнение тела цикла.
4. Изменение переменной цикла.

Псевдокод	Язык блок-схем
<pre>нц пока условие тело цикла (последовательность действий) кц</pre>	

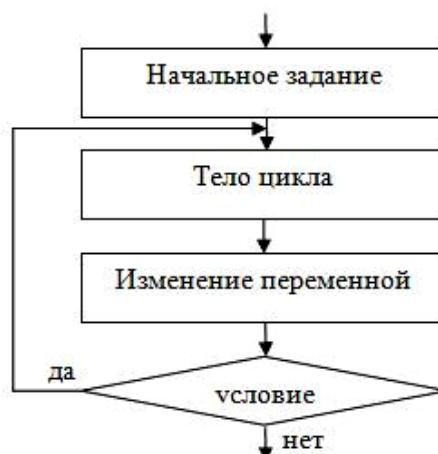
Предписывает выполнять тело цикла до тех пор, пока выполняется условие, записанное после слова **пока**.

Циклы бывают двух видов – с предусловием и с постусловием. В **цикле с предусловием** сначала проверяется условие входа в цикл, а затем выполняется тело цикла, если условие верно. Цикл с предусловием также может быть задан с помощью счетчика. Это удобно в тех случаях, когда

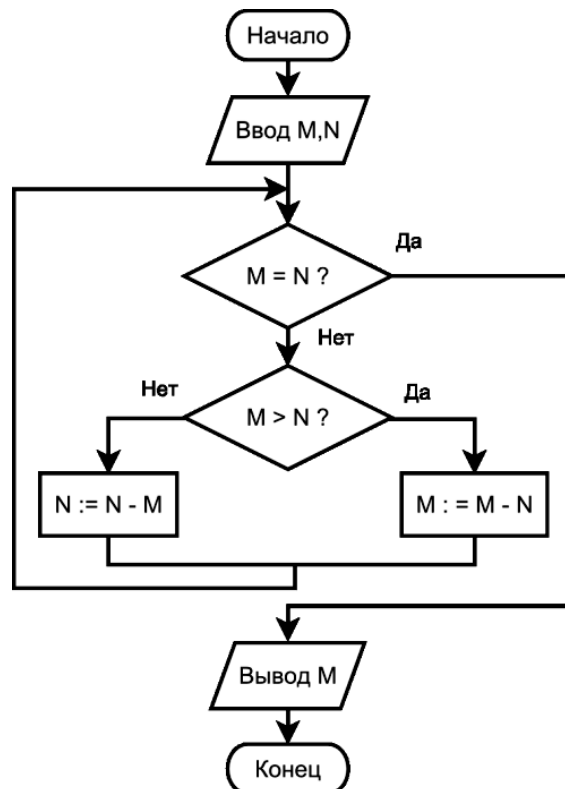
точно известно количество итераций. В общем виде блок-схема, реализующая цикл с предусловием, представлена ниже. Сначала задается начальное значение переменной цикла, затем условие входа в цикл, тело цикла и изменение переменной цикла. Выход из цикла осуществляется в момент проверки условия входа в цикл, когда оно не выполняется, т. е. условие ложно. Цикл с предусловием может ни разу не выполниться, если при первой проверке условия входа в цикл оно оказывается ложным.



В **цикле с постусловием** сначала выполняется тело цикла, а потом проверяется условие. Циклический алгоритм с постусловием представлен на рисунке.



Примечание. Как видно из представленных блок-схем для циклов с предусловием и постусловием, условие записывается внутри блока условия (формы ромба), как и в разветвляющемся алгоритме. Принципиальная разница между разветвляющимся и циклическим алгоритмами при графической реализации состоит в том, что в циклическом алгоритме в обязательном порядке присутствует стрелка, идущая вверх. Именно эта стрелка обеспечивает многократный повтор тела цикла.



Примеры

1. Определите среднее арифметическое двух чисел, если a положительное и частное (a / b) в противном случае. Составьте блок-схему алгоритма решения поставленной задачи.

2. Правописание приставок, оканчивающихся на **з, с**. Составьте блок-схему алгоритма решения поставленной задачи.

3. Определите кислотность раствора. Составьте блок-схему алгоритма решения поставленной задачи.

4. Составьте блок-схему алгоритма для вычисления стоимости покупки S с учетом скидки $X = 10\%$, которая предоставляется, если сумма покупки больше 1 000 руб.

5. Составьте блок-схему алгоритма вычисления значения функции $Y = \frac{a^3}{a^2+x^2}$ при значении x , изменяющемся от 0 до 3 с шагом +1.

6. Составьте блок-схему алгоритма покраски забора.

7. Составьте блок с-схему алгоритма «рыбалка» (все принадлежности для рыбной ловли имеются, и в банке для червей имеется хотя бы один червяк).

8. Составьте блок-схему алгоритма нахождения суммы целых чисел в диапазоне от 1 до 10.

Задания для самостоятельного решения

Составьте алгоритм решения задачи с помощью блок-схем, используя конструкцию циклического алгоритма.

1. Найдите сумму чисел, кратных 3, в диапазоне от 0 до 50.

2. Найдите сумму первых десяти чисел, кратных 5.

3. Найдите произведение четных чисел в диапазоне от 2 до 30.

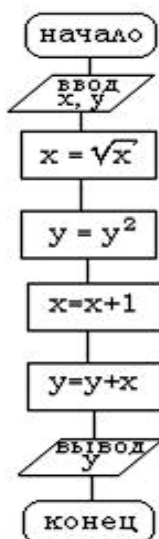
4. Вводятся положительные числа. Прекратите ввод, когда сумма введенных чисел превысит 100.

-
5. Найдите сумму чисел, кратных 7, в диапазоне от 0 до 100. Выведите на экран сумму чисел и их количество.
 6. Определите количество целых чисел, кратных 3 (от 3 и далее), дающих в сумме число, превышающее 200.
 7. Вводятся 10 чисел. Выведите на экран суммы положительных и отрицательных чисел и их количество.
 8. Выведите на экран значения функции $y = \sin(x)$ для $0 \leq x \leq 180$ с шагом в 10.
 9. Подсчитайте площади десяти кругов с радиусами от 1 см с шагом 2 см и выведите значения площадей на экран.
 10. Вводятся положительные числа. Прекратите ввод чисел, когда их сумма превысит 100.
 11. Вводятся числа. Прекратите ввод чисел, когда сумма положительных чисел превысит 100. Результат выведите на экран.
 12. Выведите на экран значения произведений чисел a и b . Числа a изменяются от 1 до 11 с шагом 1, b – от 1 до 3 с шагом 0,2.
 13. Выведите на экран таблицу перевода километров в мили в диапазоне от 2 до 20 километров с шагом 2 км.
 14. Вы положили в банк 1 500 рублей. Определите, сколько денег будет на вашем вкладе через 1 год, если каждый месяц вклад увеличивается на 0,76 % от суммы предыдущего месяца.
 15. Решив заняться легкой атлетикой, вы пробежали в первый день 2 км. Сколько километров вы пробежите за 2 недели, если каждый день вы увеличиваете дистанцию на 10 % от предыдущего дня?

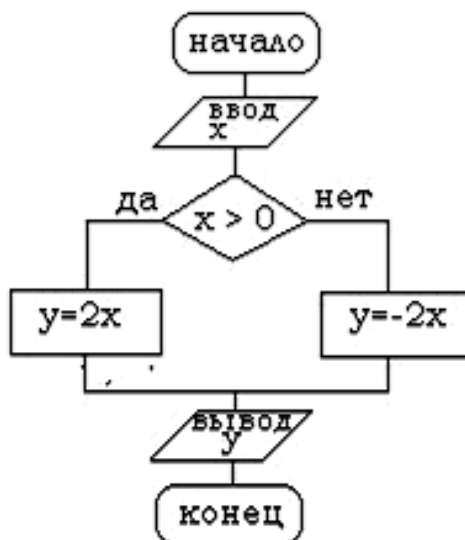
ИСПОЛНИТЕЛИ:

определение результата выполнения алгоритма по заданной блок-схеме

Пример 1. Дана блок-схема алгоритма. Определите результат при $x = 16$ и $y = 2$.



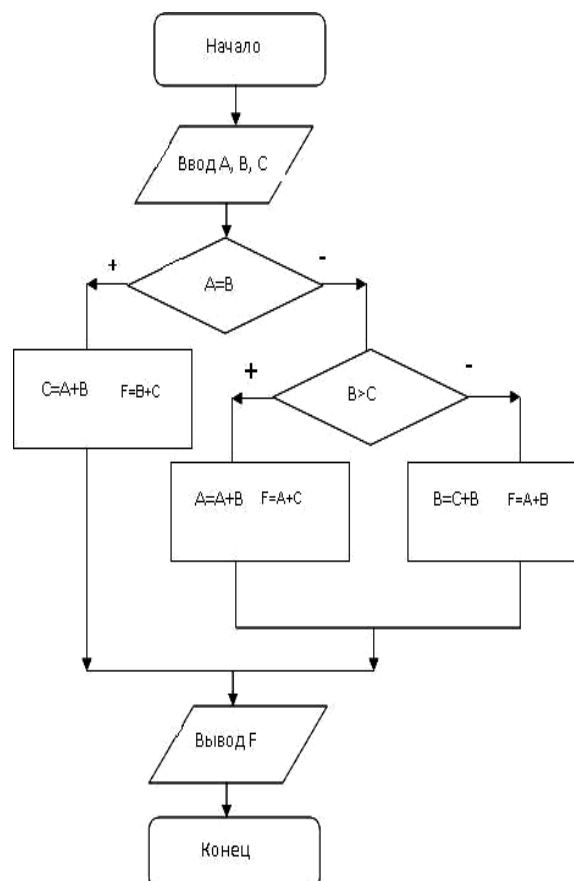
Пример 2. Дана блок-схема алгоритма. Определите результат при $x = -6$ или $x = 0$ или $x = 7$.



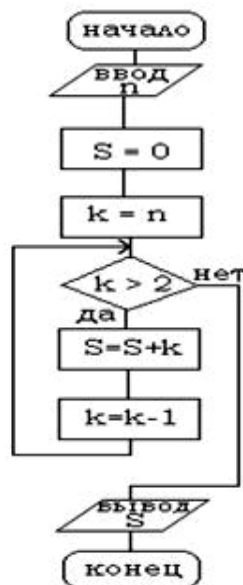
Пример 3. Дана блок-схема алгоритма. Определите результат при $n = 15$, или $n = 0$, или $n = -7$.



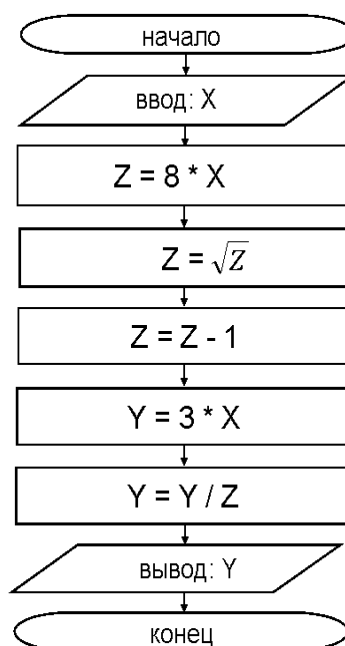
Пример 4. Дана блок-схема алгоритма. Определите результат при $A = 7; B = 8; C = 9$, или $A = 6; B = 6; C = -10$, или $A = 6; B = 10; C = -10$.



Пример 5. Дана блок-схема алгоритма. Определите результат при $n = 4$ или $n = 1$.



Пример 6. Дана блок-схема алгоритма. Определите результат при $X = 2$.



Пример 7. Гражданин в первый день месяца открыл в банке счет, вложив 1 000 руб. (S). Через каждый месяц (m) размер вклада увеличивается на 10 % от имеющейся суммы.

Составьте блок-схему решения задачи и определите сумму вклада через 3 месяца.

Пример 8. Начав тренировки, лыжник в первый день пробежал S км. Каждый следующий день он увеличивал длину пробега на N км от предыдущего дня.

Определите суммарный путь за первые 4 дня тренировок, если известно, что $S = 5$, $N = 2$.

ИСПОЛНИТЕЛИ (типовые задания ЕГЭ)

1. Исполнитель Квадратор имеет только две команды, которым присвоены номера:

1. Возведи в квадрат
2. Прибавь 1

Выполняя команду номер 1, Квадратор возводит число на экране в квадрат, а выполняя команду номер 2, прибавляет к этому числу 1. Напишите программу, которая преобразует число 1 в число 6.

прибавь 1

возведи в квадрат

прибавь 1

прибавь 1

Ответ: 2122.

2. У исполнителя Арифметик две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 2.

2. Умножь на 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая утраивает его.

Запишите порядок команд в программе преобразования числа 1 в число 19.

умножь на 3

прибавь 2

умножь на 3

прибавь 2

прибавь 2

Ответ: 21211.

3. У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 1.

2. Умножь на 2.

Запишите порядок команд в программе преобразования числа 1 в число 12.

Ответ: 2122.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ ПО ТЕМЕ 3

«ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К ТОЛКОВАНИЮ ПОНЯТИЯ «ИНФОРМАЦИЯ». ВИДЫ ИНФОРМАЦИИ И ЕЕ СВОЙСТВА. КОДИРОВАНИЕ ТЕКСТОВОЙ, ГРАФИЧЕСКОЙ, ЗВУКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ (4 ЧАСА)

Практическое занятие 3.1.1

Основные подходы к толкованию понятия «информация». Виды информации и ее свойства

Основные теоретические сведения

Существуют **3 наиболее распространенные концепции информации**, каждая из которых по-своему объясняет ее сущность.

Первая концепция (концепция К. Шеннона), отражая количественно-информационный подход, **определяет информацию как меру неопределенности (энтропию) события**. Количество информации в том или ином случае зависит от вероятности его получения: чем более вероятным является сообщение, тем меньше информации содержится в нем. Этот подход хотя и не учитывает смысловую сторону информации, оказался весьма полезным в технике связи и вычислительной технике и послужил основой для измерения информации и оптимального кодирования сооб-

щений. Кроме того, он представляется удобным для иллюстрации такого важного свойства информации, как новизна, неожиданность сообщений.

При таком понимании **информация – это снятая неопределенность, или результат выбора из набора возможных альтернатив.**

Вторая концепция рассматривает информацию как свойство материи. Ее появление связано с развитием кибернетики и основано на утверждении, что информацию содержат любые сообщения, воспринимаемые человеком или приборами. Наиболее ярко и образно эта концепция информации выражена академиком В. М. Глушковым. Он писал, что «информацию несут не только испещренные буквами листы книги или человеческая речь, но и солнечный свет, складки горного хребта, шум водопада, шелест травы».

То есть информация как свойство материи создает представление о ее природе и структуре, упорядоченности и разнообразии. Она не может существовать вне материи, а значит, она существовала и будет существовать вечно, ее можно накапливать, хранить и перерабатывать.

Третья концепция основана на логико-семантическом подходе, при котором информация трактуется как знание, причем не любое знание, а та его часть, которая используется для ориентировки, для активного действия, для управления и самоуправления.

Иными словами, информация – это действующая, полезная часть знаний. Представитель этой концепции В. Г. Афанасьев, развивая логико-семантический подход, дает определение социальной информации: *«Информация, циркулирующая в обществе, используемая в управлении социальными процессами, является социальной информацией. Она представляет собой знания, сообщения, сведения о социальной форме дви-*

жения материи и о всех других формах в той мере, в какой она используется обществом...»

Возможность эффективного использования информации обусловливается ее **качественными характеристиками, или свойствами:**

1. Объективность информации характеризует ее независимость от чьего-либо мнения или сознания, а также от методов получения. Более объективна та информация, в которую методы получения и обработки вносят меньший элемент субъективности.

2. Полнота. Информация должна быть полной, если ее достаточно для понимания и принятия решений. Как неполная, так и избыточная информация сдерживает принятие решений и может повлечь ошибки.

3. Достоверность. Информация должна быть достоверной, т. е. она должна отражать истинное положение дел. Недостоверная информация может привести к неправильному пониманию или принятию неправильных решений. Достоверная информация со временем может стать недостоверной, так как она обладает свойством устаревать, т. е. перестает отражать истинное положение дел.

4. Актуальность. Информация должна быть своевременной, только в этом случае она может принести ожидаемую пользу. Одинаково нежелательны как преждевременная подача информации (когда она еще не может быть усвоена), так и подача информации с задержкой.

5. Ценность. Ценность информации зависит от того, насколько она важна для решения задачи, а также от того, насколько в дальнейшем она найдет применение в каких-либо видах деятельности человека.

6. Понятность. Информация должна быть понятной всем участникам обмена информацией. Например, человек – существо социальное, для общения с другими людьми должен обмениваться с ними информацией,

причем обмен информацией всегда происходит на определенном языке (русском, английском и т. д.), поэтому участники дискуссии должны владеть тем языком, на котором ведется общение.

Классификация информации

Основание классификации	Виды информации
По области возникновения	<ul style="list-style-type: none"> – элементарная (механическая), которая отражает процессы, явления неодушевленной природы; – биологическая, которая отражает процессы животного и растительного мира; – социальная, которая отражает процессы человеческого общества
По способу передачи и восприятия	<ul style="list-style-type: none"> – визуальная, передаваемая видимыми образами и символами; – аудиальная, передаваемая звуками; – тактильная, передаваемая ощущениями; – органолептическая, передаваемая запахами и вкусами; – машинная, выдаваемая и воспринимаемая средствами вычислительной техники
По общественному назначению	<ul style="list-style-type: none"> – личная, предназначенная для конкретного человека; – массовая, предназначенная для любого желающего ею пользоваться (общественно-политическая, научно-популярная и т. д.); – специальная, предназначенная для использования узким кругом лиц, занимающихся решением сложных специальных задач в области науки, техники, экономики
По отношению к окружающей среде	<ul style="list-style-type: none"> – входная информация; – выходная информация; – внутрисистемная информация
По способам восприятия	<ul style="list-style-type: none"> – визуальная – 90 %; – аудиальная – 9 %; – тактильная; – вкусовая
По форме представления для персонального компьютера	<ul style="list-style-type: none"> – текстовая информация; – числовая информация; – знаковая информация; – графическая информация; – звуковая информация; – анимационная информация; – комбинированная информация

Процессы, связанные с поиском (сбором), хранением, передачей (обменом), обработкой и использованием информации, называются информационными процессами.

Основные информационные процессы:

1. Поиск (сбор) информации – это процесс извлечения хранимой информации; деятельность субъекта, в ходе которой он получает сведения об интересующем его объекте.

2. Хранение информации – это процесс поддержания исходной информации в виде, обеспечивающем выдачу данных по запросам конечных пользователей в установленные сроки.

3. Передача (обмен) информации – это процесс, в ходе которого источник информации ее передает, а получатель – принимает.

Коммуникационный процесс – это *обмен информацией между двумя или более людьми*. Основная цель процесса – обеспечение понимания информации, являющейся предметом обмена, т. е. сообщений.

В процессе обмена информацией выделяют *четыре базовых элемента*:

1) *отправитель* – лицо, генерирующее идеи или собирающее информацию и передающее ее;

2) *сообщение* – собственно информация, закодированная с помощью символов;

3) *канал* – средство передачи информации;

4) *получатель* – лицо, которому предназначена информация и которое интерпретирует ее.

4. Обработка информации – это упорядоченный процесс ее преобразования в соответствии с алгоритмом решения задачи.

5. Использование. Информация используется при принятии каких-либо решений.

Вопросы для обсуждения на практическом занятии

1. Поиск какой информации вы осуществляете при работе со словарями: орфографическим, толковым, энциклопедическим?
2. Назовите, какие методы поиска информации использовал Шерлок Холмс в своей работе?
3. Является ли поиск решения конкретной математической или физической задачи поиском информации?
4. Опишите процедуру вашего поиска в виде последовательности действий.
5. Что такое эвристический метод поиска информации?
6. Как люди могут узнать о жизни своих предков, живших много лет назад?
7. Как хранится информация на фотопленке? В каком виде представлена эта информация?
8. Приведите примеры передачи информации в природе и обществе.
9. Приведите примеры из истории и литературы, когда при передаче информация преднамеренно искажалась. К чему это привело?
10. Что такое информация для человека? Перечислите источники, из которых вы получаете информацию.
11. Перечислите известные вам свойства информации.

12. Перечислите основные виды информации по способу ее восприятия человеком.

13. С помощью органов чувств человек непрерывно получает информацию. В чем особенность учебы в университете с точки зрения получения информации?

14. Приведите примеры информационной деятельности человека. Приведите примеры профессий, в которых основным видом деятельности является работа с информацией.

15. Подберите примеры ситуаций (из повседневной жизни, художественной литературы, кино), в которых информация: а) собирается; б) копируется; в) обрабатывается; г) передается; д) упрощается; е) принимается; ж) создается; з) разрушается; и) запоминается; к) делится на части; л) измеряется; м) ищется.

16. Какова для вас ценность результатов измерений, выполненных автоматической космической станцией?

17. Какую функцию выполняет оглавление в учебнике, система указателей в словаре, каталог в библиотеке?

18. На уроке информатики. Вовочка думает: «Очень хочется пить!» Говорит: «Вера Ивановна, можно выйти?» Вера Ивановна думает: «Наверное, он не знает урока и надеется, что за оставшиеся 5 минут до конца урока я не успею его спросить». Говорит: «Вовочка, к доске!»

Определите в данном примере источник информации, кодирование и декодирование, канал связи, приёмник информации, помехи и причину их возникновения.

19. Вы отправляете товарищу смс-сообщение с домашним заданием по математике. Рассмотрите эту ситуацию с информационной точки зрения, указав источник информации, кодирующее устройство, канал связи, декодирующее устройство и приёмник информации.

20. Выберите правильный ответ.

а) Если вы собираетесь провести выходной день на природе, то что будет своевременной информацией для вас:

- сведения о погоде в такой же день прошлого года;
- прогноз погоды на выходной день?

б) «Волга впадает в Каспийское море» – это:

- достоверная информация;
- недостоверная информация.

в) Информация о том, как с помощью подручных средств добыть огонь, будет для вас наиболее полезной:

- если вы попадете на необитаемый остров;
- в нашей повседневной жизни.

г) О правилах дорожного движения каждый водитель автомобиля:

- должен обладать полной информацией;
- может иметь неполную информацию.

д) Об устройстве двигателя каждый водитель автомобиля:

- должен обладать полной информацией;
- может иметь неполную информацию.

21. Очевидно, что:

1) первоклассник, семиклассник и ученик 11 класса получают разную информацию из учебника информатики;

2) каждый из семиклассников, работая с одним и тем же учебником, получает разное количество информации.

Как вы можете это объяснить?

22. Что с информационной точки зрения является целью:

а) работы с каталогом библиотеки;

б) работы со словарем;

в) учебы в школе?

23. Какую входную информацию следует обработать, чтобы:

а) вычислить площадь прямоугольника;

б) принять решение о покупке новой модели мобильного телефона;

в) сделать на уроке сообщение об основных информационных процессах в биологических и технических системах?

24. Приведите примеры ситуаций, в которых осуществляется обработка информации, ведущая:

а) к получению новой информации;

б) к изменению формы представления существующей информации.

Практическое занятие 3.1.2

Кодирование текстовой информации

Представление информации в текстовой форме, сыгравшее огромную роль в развитии человеческой цивилизации, является одним из наиболее универсальных. Обработка текста с помощью компьютера стала доступной уже в 60-е годы прошлого века.

Текстовая информация состоит из набора символов, значит, она изначально дискретна. Поэтому нет необходимости проводить процессы дискретизации и квантования как в случае кодирования графической и звуковой информации.

При кодировании текстовой информации каждому символу ставится в соответствие уникальный десятичный номер в некотором алфавите, представленный в двоичном коде. Такое правило сопоставления кодов и символов алфавита называется кодировкой текста.

Стандарты кодирования. Первый широко известный стандарт кодирования текста был принят в 1963 г. и получил название **ASCII** (American Standard Code for Information Interchange – американский стандартный код для обмена информацией). Таблица кодирования содержала символы латинского алфавита, цифры, набор управляющих символов и некоторые знаки препинания.

	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	.A	.B	.C	.D	.E	.F
0.	NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	HT	LF	VT	FF	CR	SO	SI
1.	DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SUB	ESC	FC	GS	RS	US
2.		!	“	#	\$	%	&	'	()	*	+	,	-	.	/
3.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
4.	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5.	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[\]	^	_
6.	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7.	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{		}	~	DEL

Кодировка ASCII

В рисунке код ASCII представлен в свернутой шестнадцатеричной форме. Если развернуть в двоичную форму, код превращается в семиразрядные двоичные числа (например, код $0D_{16}$ (CR) означает возврат каретки (переход к началу строки)).

В кодовой таблице ASCII соблюдается алфавитная последовательность кодировки прописных и строчных букв. Это свойство имеет важное значение для программной обработки символьной информации.

Изначально в стандарте ASCII использовался семиразрядный двоичный код. Всего можно было закодировать $2^7 = 128$ символов. Затем код ASCII расширили за счет добавления 8-го бита ($2^8 = 256$ символов). Первая половина восьмиразрядной кодировки совпадает с ASCII, а во второй, получившей название кодовой страницы (CP – code page), содержатся представления символов национальных алфавитов и некоторых других знаков. Для русского языка в различных операционных системах используются свои кодовые страницы, например в Windows – CP1251, в MS DOS – CP866.

Однобайтные кодировки имеют определенные неудобства, одно из которых – недостаточно большое количество кодовых слов для использования одновременно нескольких языков. Для решения этих проблем в 1991 г. был разработан шестнадцатиразрядный **международный стандарт символьного кодирования Unicode**, который позволяет закодировать $2^{16} = 65\,536$ символов.

Более поздние разработки стандарта Unicode за счет более сложной организации кода, при сохранении 16-разрядности, позволяют кодировать 1 112 064 символов. Таким образом, Unicode позволяет использовать в одном тексте символы алфавитов любых языков мира, в том числе и мертвых.

(Практические задания будут рассмотрены в следующем разделе.)

Практическое занятие 3.2.1

Кодирование графической информации

Краткие теоретические сведения

Компьютерная графика – это графика, которая обрабатывается и отображается средствами вычислительной техники. Для отображения графики используются монитор, принтер, плоттер и др.

Существует два подхода к представлению (оцифровке) графических данных:

- растровый;
- векторный.

Графическая информация на экране монитора представляется в виде растрового изображения. **Растровая графика** – это графическое изображение на компьютере или в другом цифровом виде, состоящее из массива сетки пикселей, или точек различных цветов, которые имеют одинаковый размер и форму. Размер пикселя варьируется в зависимости от *выбранного разрешения*, или *разрешающей способности* (максимального количества пикселей по вертикали и горизонтали монитора).

Примеры стандартных разрешений современных мониторов: 800×600, 1024×768, 1280×1024 и т. п. К наиболее популярным форматам растровой графики можно отнести форматы GIF, JPEG, PNG.

Цветные изображения на экране формируются в соответствии с двоичным кодом цвета каждого пикселя, информация о которых хранится в видеопамяти. Глубина цвета изображения определяется количеством битов, необходимым для кодирования цвета пикселя. Наиболее распростра-

ненными значениями глубины цвета являются 8, 16, 24, 32 бита. Если каждый цвет пикселя рассматривать как возможное состояние, то количество цветов может быть вычислено по формуле:

$$N = 2^i,$$

где i – глубина цвета в битах.

Например, для получения черно-белого изображения (без полутонов) пиксель может принимать только два состояния: светиться (белый) и не светиться (черный). Для его кодировки достаточно одного бита. Например, 1 – белый, 0 – черный ($2^1 = 2$). Глубина кодирования и разрешение влияют на качество кодирования изображения.

Объем видеопамяти (V), необходимый для формирования графического изображения на экране, находится по формуле:

$$V = M \cdot N \cdot k,$$

где M – количество точек изображения по горизонтали,

N – количество точек изображения по вертикали,

k – глубина цвета в битах.

Для кодировки 4-цветного изображения требуется 2 бита на пиксель. Например, 00 – черный, 01 – красный, 10 – зеленый, 11 – коричневый ($2^2 = 4$).

Недостатки растровой графики:

- большой объем памяти, требуемый для хранения изображения;
- снижение качества изображений при масштабировании.

В создании **векторной графики** участвуют примитивные объекты – линия, кривая, точка, прямоугольник, треугольник, окружность. В векторной графике для описания объектов используются комбинации компьютерных команд и математических формул для описания объектов. Это позволяет различным устройствам компьютера, таким как монитор и принтер, при рисовании этих объектов вычислять, где необходимо помещать реальные точки.

К самым популярным форматам векторной графики можно отнести CDR, Ai, SVG.

Векторная графика в сравнении с растровой графикой имеет следующие преимущества:

- простота масштабирования изображения без ухудшения его качества;
- независимость объема памяти, требуемой для хранения изображения, от выбранной цветовой модели.

Недостатком векторных изображений является их некоторая искусственность, заключающаяся в том, что любое изображение необходимо разбить на конечное множество составляющих его примитивов.

Примеры решения задач

1. Определите информационный объем полноэкранный графического изображения на экране, имеющего разрешение 640×320 и содержащего 16 цветов.

Решение:

$$2^i = 16 \rightarrow i = 4.$$

$$V = 640 \times 320 \times 4 = 819\,200 \text{ бит} = 102\,400 \text{ байт} = 100 \text{ Кбайт}.$$

Ответ: 100 Кбайт.

2. Для хранения области экрана монитора размером 256×128 выделено 32 Кбайта оперативной памяти. Сколько максимально допустимых цветов может быть использовано?

Решение:

$$32 \text{ Кбайта} = 32\,768 \text{ байт} = 262\,144 \text{ бита}.$$

$$256 \times 126 \times i = 262\,144 \rightarrow i = 8.$$

$$2^8 = 256.$$

Ответ: 256 цветов.

Задачи для самостоятельного решения

1. В цветовой модели RGB для кодирования одного пикселя используется 3 байта. Фотографию размером 2048×1536 пикселей сохранили в виде несжатого файла с использованием RGB-кодирования. Определите размер получившегося файла.

2. Для хранения растрового изображения размером 128×128 пикселей отвели 4 Кбайта памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?

3. Укажите минимальный объем памяти (в килобайтах), достаточный для хранения любого растрового изображения размером 64×64 пикселя, если известно, что в изображении используется палитра из 256 цветов.

4. Черно-белое (без градаций серого) растровое графическое изображение имеет размер 10×10 точек. Какой объем памяти займет это изображение?

5. Достаточно ли видеопамати объемом 256 Кбайт для работы монитора в режиме 640×480 и палитрой из 16 цветов?

6. Сколько секунд потребуется модему, который передает сообщения со скоростью 28 800 бит/с, чтобы передать цветное растровое изображение размером 640×480 пикселей, при условии, что цвет каждого пикселя кодируется тремя байтами?

7. Каков минимальный объем памяти (в байтах), достаточный для хранения черно-белого растрового изображения размером 32×32 пикселя, если известно, что в изображении используется не более 16 градаций серого цвета.

8. Сравните размеры памяти, необходимые для хранения изображений: первое изображение 4-цветное, его размер 64×128 пикселей; второе изображение 16-цветное, его размер 32×32 пикселей.

9. Какой минимальный объем памяти (в килобайтах) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 256×128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 8 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

10. Камера делает фотоснимки размером 1280×960 пикселей. На хранение одного кадра отводится 160 Кбайт. Найдите максимально возможное количество цветов в палитре изображения.

11. После преобразования растрового 256-цветного графического файла в черно-белый формат (2 цвета) его размер уменьшился на 7 Кбайт. Каков был размер исходного файла в килобайтах?

12. Пиксель монитора может отображать не более 8 различных цветов. Монитор работает с разрешением 640×480 . Каков максимальный размер изображения, которое может быть отображено на этом мониторе?
1) 275 Кбайт; 2) 300 Кбайт; 3) 75 Кбайт; 4) 112,5 Кбайта.

13. В процессе преобразования растрового графического файла количество цветов уменьшилось с 1 024 до 32. Во сколько раз уменьшился информационный объем файла?

14. После преобразования растрового графического файла его объем уменьшился в 1,5 раза. Сколько цветов было в палитре первоначально, если после преобразования было получено растровое изображение того же разрешения в 16-цветной палитре?

15. Какова ширина (в пикселях) прямоугольного 64-цветного неупакованного растрового изображения, занимающего на диске 1,5 Мбайта, если его высота вдвое меньше ширины?

16. На цифровой камере установлено разрешение 768×576 точек при глубине представления 24 бита. Для записи и хранения отснятых изобра-

жений используется сжатие видеоданных в среднем в 6 раз. Сколько кадров может хранить встроенная память видеокамеры объемом 2 Мбайта?

17. Видеопамять имеет объем, в котором может храниться восьмицветное изображение размером 1024×768 точек. Изображение какого размера можно хранить в том же объеме видеопамяти, если использовать 256-цветную палитру, и длина изображения больше ширины в 4,5 раза?
1) 128×576 ; 2) 256×1152 ; 3) 512×2304 ; 4) 768×3456 .

18. Цветное изображение было оцифровано и сохранено в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла – 54 Мбайта. Затем то же изображение было оцифровано повторно с разрешением в 2 раза больше и глубиной кодирования цвета в 3 раза меньше по сравнению с первоначальными параметрами. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в мегабайтах, полученного при повторной оцифровке.

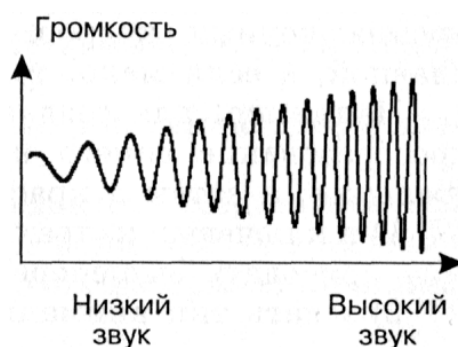
19. Изображение было оцифровано и сохранено в виде растрового файла. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 72 секунды. Затем то же изображение было оцифровано повторно с разрешением в 2 раза больше и глубиной кодирования цвета в 3 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Полученный файл был передан в город Б, пропускная способность канала связи с городом Б в 3 раза выше, чем канала связи с городом А. Сколько секунд длилась передача файла в город Б?

Практическое занятие 3.2.2

Кодирование звуковой информации

Краткие теоретические сведения

Звук представляет собой непрерывный сигнал – звуковую волну с меняющейся амплитудой и частотой. Чем больше амплитуда сигнала, тем он громче для человека. Чем больше частота сигнала, тем выше тон.



Частота звуковой волны выражается числом колебаний в секунду и измеряется в герцах (Гц, Hz). Человеческое ухо способно воспринимать звуки в диапазоне от 20 Гц до 20 кГц, который называют звуковым.

Количество битов, отводимое на один звуковой сигнал, называют **глубиной кодирования звука**. Современные звуковые карты обеспечивают 16-, 32- или 64-битную глубину кодирования звука.

При кодировании звуковой информации непрерывный сигнал заменяется дискретным, т. е. превращается в последовательность электрических импульсов (двоичных нулей и единиц).

Процесс перевода звуковых сигналов от непрерывной формы представления к дискретной, цифровой форме называют оцифровкой.

Важной характеристикой при кодировании звука является **частота дискретизации** – количество измерений уровней сигнала за 1 секунду:

- 1 (одно) измерение в секунду соответствует частоте 1 Гц;
- 1 000 измерений в секунду соответствует частоте 1 кГц.

Частота дискретизации звука – это количество измерений громкости звука за одну секунду. Количество измерений может лежать в диапазоне от 8 кГц до 48 кГц (от частоты радиотрансляции до частоты, соответствующей качеству звучания музыкальных носителей).

Чем больше частота и глубина дискретизации звука, тем более качественным будет звучание оцифрованного звука. Самое низкое качество оцифрованного звука, соответствующее качеству телефонной связи, получается при частоте дискретизации 8 000 раз в секунду, глубине дискретизации 8 бит и записи одной звуковой дорожки (режим моно). Самое высокое качество оцифрованного звука, соответствующее качеству Audio CD, достигается при частоте дискретизации 48 000 раз в секунду, глубине дискретизации 16 бит и записи двух звуковых дорожек (режим стерео).

Чем выше качество цифрового звука, тем больше информационный объем звукового файла.

Оценить информационный **объем моноаудиофайла** можно по формуле:

$$V = N \cdot f \cdot k,$$

где N – общая длительность звучания (секунд),

f – частота дискретизации (Гц),

k – глубина кодирования (бит).

Например, при длительности звучания 1 минуту и среднем качестве звука (16 бит, 24 кГц): $V = 60 \cdot 24\,000 \cdot 16$ бит = 23 040 000 бит = 2 880 000 байт = 2 812,5 Кбайта = 2,75 Мбайта.

При **кодировании стереозвука** процесс дискретизации производится отдельно и независимо для левого и правого каналов, что соответственно увеличивает объем звукового файла в два раза по сравнению с монозвуком: $V = 2 \cdot f \cdot t \cdot I$.

Например, оценим информационный объем цифрового стереозвукового файла длительностью звучания 1 секунда при среднем качестве звука (16 бит, 24 000 измерений в секунду). Для этого глубину кодирования необходимо умножить на количество измерений в 1 секунду и умножить на 2 (стереозвук):

$$V = 16 \text{ бит} \cdot 24\,000 \cdot 2 = 768\,000 \text{ бит} = 96\,000 \text{ байт} = 93,75 \text{ Кбайта.}$$

Задача 1. Определите информационный объем стереоаудиофайла длительностью звучания 1 с при высоком качестве звука (16 бит, 48 кГц).

Запись условия:

$$T = 1 \text{ с}$$

$$I = 16 \text{ бит}$$

$$H = 48 \text{ кГц}$$

Сtereo – ×2

$$V = ?$$

Решение:

$$V = T \cdot I \cdot H \cdot 2;$$

$$V = 1 \cdot 16 \cdot 48\,000 \cdot 2 = 1\,536\,000 \text{ бит} / 8 =$$

$$= 192\,000 \text{ байт} / 1\,024 = 187,5 \text{ Кбайта.}$$

Задача 2. Определите информационный объем цифрового аудиофайла, длительность звучания которого составляет 10 с при частоте дискретизации 22,05 кГц и разрешении 8 бит.

Запись условия:

$$T = 10 \text{ с}$$

$$I = 8 \text{ бит}$$

$$H = 22,05 \text{ кГц}$$

Моно – ×1

$$V = ?$$

Решение:

$$V = T \cdot I \cdot H \cdot 1;$$

$$V = 10 \cdot 8 \cdot 22,05 \cdot 1 = 10 \cdot 8 \cdot 22\,050 \text{ бит} / 8 =$$

$$= 220\,500 \text{ байт} / 1\,024 = 215,332 / 1\,024 \text{ Кбайта} =$$

$$= 0,21 \text{ Мбайта.}$$

Задача 3. Определите объем памяти для хранения цифрового аудио-файла, время звучания которого составляет 2 мин при частоте дискретизации 44,1 кГц и разрешении 16 бит.

Запись условия:

$$T = 2 \text{ мин}$$

$$I = 16 \text{ бит}$$

$$H = 44,1 \text{ кГц}$$

$$\text{Моно-} \times 1$$

$$V = ?$$

Решение:

$$V = T \cdot I \cdot H \cdot 2;$$

$$V = 2 \cdot 60 \cdot 16 \cdot 44,1 \cdot 1 = (120 \cdot 16 \cdot 44\ 010) \text{ бит} =$$

$$= 84\ 672\ 000 \text{ бит} / 8 = 10\ 584\ 000 \text{ байт} / 1024 =$$

$$= 10\ 335,9375 \text{ Кбайта} / 1024 = 10,09 \text{ Мбайта}$$

Задача 4. В распоряжении пользователя имеется память объемом 2,6 Мбайта. Необходимо записать цифровой аудиофайл с длительностью звучания 1 мин. Какой должна быть частота дискретизации и разрядность?

Запись условия:

$$V = 2,6 \text{ Мбайта}$$

$$T = 1 \text{ мин}$$

$$\text{Моно-} \times 1$$

$$I = ?$$

$$H = ?$$

Решение:

$$V = T \cdot I \cdot H \cdot 1;$$

$$I \cdot H = V / T.$$

$$I \cdot H = 2,6 \text{ Мбайта} / 1 \text{ мин} = 2,6 \cdot 1024 \cdot 1024 \times$$

$$\times 8 \text{ бит} / 60 \text{ с} = 21\ 810\ 380,8 / 60 = 363\ 506,237;$$

$$363\ 506,237 / 8 = 45438,3;$$

$$363\ 506,237 / 16 = 22719,15.$$

Ответ:

Если $I = 8$ бит, то $H = 44,1$ кГц.

Если $I = 16$ бит, то $H = 22,05$ кГц.

Задания для самостоятельного решения

1. Производилась двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 64 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 48 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько времени (в минутах) проводилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число.

2. Производилась двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 5 625 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько времени (в минутах) производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число, кратное 5.

3. Производилась двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 64 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 72 Мбайта, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько времени (в минутах) проводилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число.

4. Производилась двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 64 кГц и 16-битным разрешением. В результате был получен файл размером 32 Мбайта, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько времени (в минутах) проводилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число.

5. Производилась четырехканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 24 кГц и 16-битным разрешением. В результате был полу-

чен файл размером 1 800 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись.

В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.

6. Производится четырехканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 2 мин, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите приблизительно размер полученного файла (в мегабайтах). В качестве ответа укажите ближайшее к размеру файла целое число, кратное 10.

7. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 2 мин, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите приблизительно размер полученного файла в мегабайтах. В качестве ответа укажите ближайшее к размеру файла целое число, кратное 10.

8. Производится звукозапись музыкального фрагмента в формате стерео (двухканальная запись) с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. Результаты записываются в файл, сжатие данных не производится; размер полученного файла 40 Мбайт. Затем производится повторная запись этого же фрагмента в формате моно (одноканальная запись) с частотой дискретизации 16 кГц и 16-битным разрешением. Сжатие данных не производилось.

Укажите размер файла в мегабайтах, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

9. Производится звукозапись музыкального фрагмента в формате стерео (двухканальная запись) с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. Результаты записываются в файл, сжатие данных не производится; размер полученного файла – 64 Мбайта. Затем производится повторная запись этого же фрагмента в формате моно (одноканальная запись) с частотой дискретизации 16 кГц и 16-битным разрешением. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в мегабайтах, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

10. Музыкальный фрагмент был оцифрован и записан в виде файла без использования сжатия данных. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 30 с. Затем тот же музыкальный фрагмент был оцифрован повторно с разрешением в 2 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Полученный файл был передан в город Б; пропускная способность канала связи с городом Б в 4 раза выше, чем канала связи с городом А. Сколько секунд длилась передача файла в город Б? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ ПО ТЕМЕ 4 «КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ. ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ. АЛФАВИТНЫЙ (ТЕХНИЧЕСКИЙ) И СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ ПОДХОДЫ К ИЗМЕРЕНИЮ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ». «КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ. ИЗМЕРЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ: ФОРМУЛА ШЕННОНА, ФОРМУЛА ХАРТЛИ»

Практическое занятие 4.1

Алфавитный подход к измерению информации

Основные теоретические сведения

Алфавитный (технический) подход к измерению информации основан на подсчете числа символов в сообщении. Если допустить, что все символы алфавита встречаются в тексте с одинаковой частотой, то количество информации, заключенное в **сообщении**, вычисляется по формуле:

$$I_C = i \cdot K, \quad N = 2^i,$$

где I_C – информационный объем (вес) сообщения,

K – количество символов,

N – мощность алфавита (количество символов, используемых в алфавите),

i – информационный объем (вес) 1 символа.

Например, в 2-символьном алфавите каждый символ весит 1 бит;
в 4-символьном алфавите каждый символ несет 2 бита информации;
в 8-символьном – 3 бита и т. д.

Информационный объем текста в памяти компьютера измеряется в байтах. Он равен количеству знаков в записи текста.

Примеры

1. Считая, что каждый символ кодируется одним байтом, оцените информационный объем высказывания Сенеки: *Век живи – век учись тому, как следует жить.*

Решение. Считаем количество символов в сообщении с учетом пробелов и знаков препинания. Получаем 44 символа. Так как один символ кодируется 1 байтом, то все сообщение занимает в памяти ПК 44 байта = 44 · 8 бит = 352 бита.

В настоящее время широкое распространение получил новый международный стандарт Unicode, который отводит на каждый символ не один байт, а два, поэтому с его помощью можно закодировать не 256 символов, а $N = 2^i = 2^{16} = 65\,536$ различных символов. Эту кодировку поддерживают последние версии платформы Microsoft Windows&Office (начиная с 1997 г.).

2. Сколько места в памяти надо выделить для хранения высказывания Вольтера в Unicode: *Работа избавляет нас от трех великих зол: скуки, порока, нужды.*

Решение. Считаем все символы, включая знаки препинания и пробелы – 63 символа.

В кодировке Unicode 1 символ занимает 2 байта.

Ответ: 126 байт, или 1 008 бит.

Задания для самостоятельного решения

1. Сообщение, записанное буквами из 16 символьного алфавита, содержит 10 символов. Какой объем информации в битах оно несет?
2. Информационное сообщение объемом 300 бит содержит 100 символов. Какова мощность алфавита?
3. Объем сообщения, содержащего 20 символов, составил 100 бит. Каков размер алфавита, с помощью которого записано сообщение?
4. Сколько символов содержит сообщение, записанное с помощью 8-символьного алфавита, если объем его составил 120 бит?
5. В книге 100 страниц. На каждой странице 60 строк по 80 символов в строке. Вычислите информационный объем книги.
6. Информационный объем сообщения равен 3 Кбайтам. Информационный вес символа – 32 бита. Сколько символов содержит сообщение?
7. Чему равна мощность алфавита, используемого для записи сообщения, состоящего из 2 048 символов и имеющего объем 16 Кбит?
8. Два сообщения одинакового объема записаны с помощью 4096-символьного и 256-символьного алфавита соответственно. Сравните, во сколько раз отличается количество символов в данных сообщениях.
9. Два сообщения состоят из одинакового количества символов. Первое записано с помощью 1 024-символьного алфавита, а второе – с помощью 256-символьного алфавита. Сравните, во сколько раз отличаются объемы данных сообщений.
10. Какое количество информации в сообщении из 10 символов, записанном буквами из 32-символьного алфавита?

- 11.** Первое слово состоит из 50 символов 32-символьного алфавита, второе – из 40 символов 64-символьного алфавита. На сколько объем информации, содержащейся в одном письме, больше, чем в другом?
- 12.** Два сообщения содержат одинаковое количество символов. Количество информации в первом сообщении в 1,5 раза больше, чем во втором. Какова мощность каждого алфавита, если известно, что количество символов в каждом алфавите не превышает 10 и информационная емкость символов равна целому числу?
- 13.** В корзине лежат четыре шара красного цвета. Сколько информации содержит сообщение о том, что из корзины достали красный шар?
- 14.** Определите информационный вес символа алфавита, включающего все строчные и прописные русские буквы (66), цифры (10), знаки препинания, скобки, кавычки (10).
- 15.** Информационный объем текста книги, набранной на компьютере с использованием кодировки Unicode, – 128 Кбайт. Определите количество символов в тексте книги.
- 16.** Занятия могут состояться в одном из кабинетов, номера которых от 1 до 16. Сколько информации содержит сообщение учителя о том, что занятия могут проходить в кабинете № 7?
- 17.** Сколько битов информации содержит сообщение о том, что случайным образом выбрано число в диапазоне от 11 до 47 включительно?
- 18.** В коробке лежат три различных карандаша красного оттенка (розовый, малиновый, бордовый), три различных карандаша синего оттенка (голубой, лазурный, темно-синий) и несколько карандашей различных оттенков зеленого цвета. Сообщение о том, что достали бордовый карандаш, несет 3 бита информации. Сколько карандашей зеленого оттенка в коробке?

Практическое занятие 4.2. Формула Шеннона. Формула Хартли

Основные теоретические сведения

Для вероятностного подхода к определению количества информации **формула Хартли** может быть использована в следующем виде:

$$I = \log_2 N = \log_2(1 / P),$$

где I – количество передаваемой информации,

P – вероятность события,

N – возможное количество различных (равновероятных) сообщений.

Но для определения количества информации не всегда возможно использовать формулу Хартли.

Например, при алфавитном подходе к кодированию информации все символы, записанные с помощью этого алфавита, могут встречаться одинаково часто. Но в действительности символы алфавитов естественных языков в сообщениях появляются с разной частотой.

Пусть мы имеем алфавит, состоящий из N символов. Тогда частота появления каждого символа может быть записана:

$$P_1, P_2, \dots, P_N,$$

где P_i – вероятность появления i -го символа.

Мы знаем, что все вероятности неотрицательны, должны быть меньше 1, а их сумма равна 1.

Тогда средний информационный вес символа (количество информации, содержащееся в символе) такого алфавита выражается формулой Шеннона:

$$I = P_1 \log_2(1 / P_1) + P_2 \log_2(1 / P_2) + \dots + P_N \log_2(1 / P_N),$$

где I – количество информации;

N – количество возможных событий;

P_i – вероятность отдельных событий.

Примеры

1. Симметричная монета с двумя сторонами (названными орел и решка) бросается вверх. Чему равно количество информации в сообщении о том, что стороной вверх выпала решка?

Решение:

$$N = 2, P = 1, I = ?$$

$$I = 1 \cdot \log_2 2 = 1 \text{ бит.}$$

Ответ: 1 бит.

2. Бросается симметричный шестигранный игральный кубик, на гранях которого написаны числа 1–6. Вычислите количество информации в сообщении о том, что стороной вверх выпала сторона с числом 1.

Решение:

$$N = 6, P = 1, I = ?$$

$$I = \log_2 6 = 2,585 \text{ бита.}$$

Ответ: 2,585 бита.

Задания для самостоятельного решения

1. Какое количество вопросов надо задать, чтобы узнать счет игры между двумя командами, если известно, что больше трех очков никто не получил?

2. Какое количество информации содержит сообщение о выигрыше в лотерею 4 из 32:

- а) шары не возвращаются обратно в барабан;
- б) шары возвращаются обратно в барабан.

3. В корзине лежат 8 черных и 24 белых шаров. Сколько информации несет сообщение о том, что достали шар фиксированного цвета? Сколько информации несет сообщение о том, что достали шар любого цвета?

4. Вероятность появления русской буквы «ф» в произвольном тексте $1/64$. Определите, какое количество битов и байтов содержит сообщение из четырех данных букв.

5. В коробке 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, содержит 4 бита информации. Сколько белых карандашей в корзине?

6. В ящике лежат белые и черные шары. Среди них 2 черных. Сообщение о том, что достали шар черного цвета, несет 4 бита информации. Сколько белых шаров было в ящике?

7. В классе 30 человек. За контрольную работу по математике получено 6 пятерок, 15 четверок, 8 троек и 1 двойка. Какое количество информации в сообщении о том, что Иванов получил четверку?

8. Определите информационный объем полноэкранного графического изображения на экране, имеющем разрешающую способность 640×320 и 16 возможных цветов.

9. Для хранения области экрана монитора размером 256×128 точек выделено 32 Кбайта оперативной памяти. Сколько максимально цветов допустимо использовать для раскраски точек?

10. Сообщение о том, что к остановке подошел автобус с номером 1, содержит 4 бита информации. Вероятность появления на остановке автобуса с номером 2 в два раза меньше. Сколько информации содержит сообщение о появлении на остановке автобуса с номером 2?

11. В корзине лежат 8 черных и 24 белых шара. Сколько информации несет сообщение о том, что достали шар фиксированного цвета? Сколько информации несет сообщение о том, что достали шар любого цвета?

12. В колоде 36 карт. Из них 12 карт с «портретами» валетов, дам и королей. Какое количество информации содержит сообщение о том, что из колоды была взята карта с портретом (I1), туз (I2), любая карта от шестерки до десятки (I3), туз пик (I4)?

13. В составе поезда 16 вагонов. Среди них есть вагоны купейные и плацкартные. Сообщение о том, что ваш знакомый приезжает в купейном вагоне, несет 2 бита информации. Определите, сколько в поезде купейных вагонов.

14. Двоичное слово содержит 7 бит информации. Сколько объектов можно закодировать кодами такой длины?

15. Отгадываем одно число из 32, 40, 64, 80 чисел. Сколько битов информации можно получить в каждом из этих четырех конкретных случаев, чтобы отгадать задуманное число?

16. При отгадывании чисел потребовалось получить информацию в 3 бита, 5 бит, 7 бит. Сколько в каждом из этих четырех случаев было всего чисел, среди которых требовалось определить задуманное число?

17. В очереди за билетами на концерт стоит 16 человек. Сколько битов информации вы получаете в сообщении, что ваш знакомый стоит в этой очереди второй с конца?

18. В корзине 8 белых грибов и 24 подосиновика. Сколько информации в сообщении, что из корзины взяли наугад белый гриб?

19. Соревновались в стрельбе по мишеням два стрелка – новичок и мастер спорта. Болельщики делали на них ставки 1 к 15. Сколько информации получили болельщики, когда победил новичок?

20. В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несет 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в корзине?

21. В классе 30 человек. За контрольную работу по математике получено 6 пятерок, 15 четверок, 8 троек и 1 двойка. Какое количество информации в сообщении о том, что Иванов получил четверку?

Домашнее задание (подготовка к контрольной работе)

1. ДНК человека (генетический код) можно представить как некоторое слово в четырехбуквенном алфавите, где каждой буквой помечается звено цепи ДНК, или нуклеотид. Сколько битов информации содержит ДНК чело-

века, состоящая примерно из $1,5 \times 10^3$ нуклеотидов? Ответ представьте в Гб, Тб, Пб, Эб.

2. Сообщение о том, что угадали одно число в диапазоне от 0 до N , содержит 5 бит информации. Сколько чисел содержит этот диапазон? Чему равно N ?

3. В корзине лежат шары: красные, синие, белые и зеленые. Всего 32 штуки. Сообщение о том, что достали синий шар, несет 2 бита информации. Синих шаров было в 2 раза меньше, чем красных. Белых и зеленых шаров было поровну. Сколько шаров каждого цвета было в корзине?

4. Имеется текст, содержащий 1 600 букв, в котором буква «в» встречается 50 раз. Сколько информации содержит сообщение, состоящее из трех букв «в»?

5. Сообщение учителя о том, что в кабинете компьютер № 3 не работает, содержит 6 бит информации. Сколько компьютеров в классе?

6. В доме 4 окна. Сколько различных сигналов можно подать, зажигая свет в окнах? Сколько битов информации содержит такой сигнал? Сколько битов информации содержит сообщение, что загорелся свет в одном из 4 окон?

7. Два сообщения содержат одинаковое количество информации. Количество символов в первом сообщении в 2,5 раза меньше, чем во втором. Какова мощность каждого алфавита, если известно, что количество символов в каждом алфавите не превышает 32 и информационная емкость символов равна целому числу?

8. Какой объем информации получит человек за 40 мин непрерывного чтения, если скорость чтения составляет около 20 символов в секунду?

9. Сколько секунд потребуется модему, соединенному со скоростью 28 800 бит/с, чтобы передать 6 страниц, каждая из которых содержит 1 200 символов?

10. Какой объем текста будет передан за 10 минут модемом, скорость которого 14 400 бит/с?

11. Прорешайте подобные задачи из «Решу ЕГЭ» (<https://inf-ege.sdamgia.ru/>).

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ по теме 5 «ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПОНЯТИЯ АЛГОРИТМ. МАШИНА ТЬЮРИНГА. МАШИНА ПОСТА»

Практическое занятие 5.1 Построения машины Тьюринга для решения различных задач

Основные теоретические сведения

Машина Тьюринга *обрабатывает* *символьные последовательности* – слова.

Машина Тьюринга – это строгое математическое построение, математический аппарат (аналогичный, например, аппарату дифференциальных уравнений), созданный для решения определенных задач. Этот математический аппарат был назван «машиной» по той причине, что по описанию его составляющих частей и функционированию он похож на вычислительную машину. Принципиальное отличие машины Тьюринга от вычислительных машин состоит в том, что ее запоминающее устройство представляет собой бесконечную ленту. У реальных вычислительных машин запоминающее устройство может быть как угодно большим, но обязательно конечным. Машину Тьюринга нельзя реализовать именно из-за бесконечности ее ленты. В этом смысле она мощнее любой вычислительной машины.

В каждой машине Тьюринга есть две части:

1) *неограниченная* в обе стороны *лента*, разделенная на ячейки (лента – это память машины);

2) *автомат* – программно управляемое считывающее/запоминающее устройство. Имеется головка для считывания/записи, управляемая программой.

			1	3	6	4		
						↑		

Чтобы задать конкретную машину Тьюринга, требуется описать для нее следующие составляющие:

- **Внешний алфавит.** Конечное множество (например, A), элементы которого называются буквами (символами). Одна из букв этого алфавита (например, a_0) должна представлять собой пустой символ или пробел. Считается, что во всех пустых ячейках расположен символ a_0 .

- **Внутренний алфавит.** Конечное множество состояний головки автомата. Одно из состояний (например, q_1) должно быть начальным (запускающим программу).

Еще одно из состояний (q_0) должно быть конечным (завершающим программу) – состояние останова.

- **Таблица переходов.** Описание поведения автомата (головки) в зависимости от состояния и считанного символа.

(С разными машинами Тьюринга могут быть связаны разные алфавиты A и Q.)

Состояние q_0 называется *пассивным*. Считается, что если машина попала в это состояние, то она закончила свою работу.

Состояние q_1 называется *начальным*. Находясь в этом состоянии, машина начинает свою работу.

Входное слово размещается на ленте по одной букве в расположенных подряд ячейках. Слева и справа от входного слова находятся только пустые ячейки (в алфавите A всегда входит пустая буква a_0 – признак того, что ячейка пуста).

Входное слово – слово на ленте, ограниченное пустыми ячейками, на одном из символов которого установлена головка автомата, находящегося в начальном состоянии q_1 .

Автомат может двигаться вдоль ленты влево или вправо, читать содержимое ячеек и записывать в ячейки буквы.

Автомат каждый раз видит только одну ячейку. В зависимости от того, какую букву a_i он видит, а также в зависимости от своего состояния q_j автомат может выполнять следующие действия:

- записывать символ внешнего алфавита в ячейку (в том числе и пустой), заменяя находившийся в ней (в том числе и пустой) символ;
- передвигаться на одну ячейку влево или вправо;
- менять свое внутреннее состояние.

То есть у машины Тьюринга есть три вида операций. Каждый раз для очередной пары (q_j, a_i) машина Тьюринга выполняет команду, состоящую из трех операций с определенными параметрами.

Выходное слово – слово, остающееся на ленте после остановки работы автомата, головка которого установилась на одном из символов.

Ситуация, при которой автомат никогда не останавливается, называется закливанием. При построении машины Тьюринга такого состояния допускать **нельзя**.

Для решения каждого типа задач строится своя машина T , которая представляется в табличном виде, в каждой клетке которой записана команда.

	a_0	a_1	...	a_i	a_n
q_0						
q_1						
...						
q_j				$a_k \leftrightarrow q_p$		
...						
q_m						

Команда программы имеет структуру:

$$a_k \leftrightarrow q_p,$$

где a_k – символ, заносимый в текущую ячейку;

\leftrightarrow – направление смещения головки;

q_p – следующее состояние автомата.

Для обозначения направления движения автомата используют также обозначения: «Л» или \leftarrow (влево), «П» / \rightarrow (вправо) или «С» / «Н» / ! (стоп, неподвижен).

Начальное состояние обозначается как q_1 . Если автомат находился в состоянии q_j напротив ячейки с символом a_i , то по команде $a_k \rightarrow q_p$ в эту ячейку занесется символ a_k , автомат перейдет в состояние q_p и головка сместится вправо.

Разбор типичных примеров на построение машины Тьюринга

1. Пример на анализ символов.

Перенести первый символ непустого слова P в его конец $A = \{a, b, c\}$.

Например: $a b c b \rightarrow b c b a$. Автомат стоит в пустой ячейке слева от слова.

Решение. Для решения этой задачи предлагается выполнить следующие действия:

1. Запомнить первый символ слова P , а затем стереть этот символ.
2. Перегнать автомат вправо под первую пустую клетку за P и записать в нее запомненный символ.

Как запомнить первый символ? Ведь в МТ нет другого запоминающего устройства, кроме ленты, а запоминать символ в какой-то клетке на ленте бессмысленно: как только автомат сдвинется влево или вправо от этой клетки, он тут же забудет данный символ. Что делать?

Выход здесь таков: надо использовать разные состояния автомата. Если первый символ – это a , то надо перейти в состояние q_2 , в котором автомат бежит вправо и записывает в конце a .

Если же первым был символ b , тогда надо перейти в состояние q_3 , где делается все то же самое, только в конце записывается символ b .

Если же первым был символ c , тогда переходим в состояние q_4 , в котором автомат дописывает за входным словом символ c .

Следовательно, то, каким был первый символ, мы фиксируем переводом автомата в разные состояния. Это типичный прием при программировании на МТ. С учетом сказанного программа будет такой:

	a	b	c	a_0	Комментарий
q_1	$a_0 \rightarrow q_2$	$a_0 \rightarrow q_3$	$a_0 \rightarrow q_4$	\rightarrow	Анализируем первый символ, удаляем, разветвление
q_2	$\rightarrow q_2$	$\rightarrow q_2$	$\rightarrow q_2$	$a ! q_0$	
q_3	$\rightarrow q_3$	$\rightarrow q_3$	$\rightarrow q_3$	$b ! q_0$	
q_4	$\rightarrow q_4$	$\rightarrow q_4$	$\rightarrow q_4$	$c ! q_0$	

2. Пример на удаление символа из слова.

$A = \{a, b\}$. Удалить из слова P его второй символ, если такой есть. Автомат стоит под первым символом слева.

	a	b	b	a	
		a	b	a	

Решение. Надо сдвинуть автомат под клетку со вторым символом и затем очистить эту клетку. Однако напомним, что внутри выходного слова не должно быть пустых клеток. Поэтому после удаления второго символа надо «сжать» слово, перенеся первый символ на одну клетку вправо.

Для этого автомат должен вернуться к первому символу, запомнить его и стереть, а затем, снова сдвинувшись вправо, записать его в клетку, где был второй символ.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	
	◆				

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	
		◆			

	<i>a</i>		<i>b</i>	<i>a</i>	
		◆			

Однако начальный поход вправо ко второму символу, чтобы его стереть, и последующий возврат к первому символу являются лишними действиями: какая разница – переносить первый символ в пустую клетку или в клетку с каким-то символом? Поэтому сразу запоминаем первый символ, стираем его и записываем вместо второго символа:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	
	◆				

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	
		◆			

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	
		◆			

В виде программы для МТ все это записывается так:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i> ₀	
<i>q</i> ₁	<i>a</i> ₀ → <i>q</i> ₂	<i>a</i> ₀ → <i>q</i> ₃	<i>a</i> ₀ ! <i>q</i> ₀	Анализ и удаление первого символа
<i>q</i> ₂	! <i>q</i> ₀	<i>a</i> ! <i>q</i> ₀	<i>a</i> ₀ ! <i>q</i> ₀	Замена второго символа на <i>a</i>
<i>q</i> ₃	<i>b</i> ! <i>q</i> ₀	! <i>q</i> ₀	<i>a</i> ₀ ! <i>q</i> ₀	Замена второго символа на <i>b</i>

3. Требуется построить машину Тьюринга, которая прибавляет единицу к числу на ленте. Входное слово состоит из цифр целого десятичного

числа, записанных в последовательные ячейки на ленте. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа.

Решение. Машина должна прибавить единицу к последней цифре числа. Если последняя цифра равна 9, то ее заменить на 0 и прибавить единицу к предыдущей цифре. Программа для данной машины Тьюринга может выглядеть так:

	a_0	0	1	2	3	...	7	8	9
q_1	$1 \rightarrow q_0$	$1 \rightarrow q_0$	$2 \rightarrow q_0$	$3 \rightarrow q_0$	$4 \rightarrow q_0$		$8 \rightarrow q_0$	$9 \rightarrow q_0$	$0 \leftarrow q_1$

В этой машине Тьюринга q_1 – состояние изменения цифры, q_0 – состояние останова. Если в состоянии q_1 автомат видит цифру 0..8, то он заменяет ее на 1..9 соответственно и переходит в состояние q_0 , т. е. машина останавливается. Если же он видит цифру 9, то заменяет ее на 0, сдвигается влево, оставаясь в состоянии q_1 . Так продолжается до тех пор, пока автомат не встретит цифру меньше 9. Если же все цифры были равны 9, то он заменит их нулями, запишет 0 на месте старшей цифры, сдвинется влево и в пустой клетке запишет 1. Затем перейдет в состояние q_0 , т. е. остановится.

Задачи для самостоятельного решения

1. На ленте машины Тьюринга содержится последовательность символов «+». Напишите программу для машины Тьюринга, которая каждый второй символ «+» заменит на «-». Замена начинается с правого конца последовательности. Автомат в состоянии q_1 обзореваает один из символов указанной последовательности. Кроме самой программы-таблицы, опишите словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.

	a_0	+	-
q_1	$a_0! \leftarrow q_2$	$+ \rightarrow q_1$	
q_2	$a_0! q_0$	$+ \leftarrow q_3$	
q_3	$a_0! q_0$	$- \leftarrow q_2$	

В состоянии q_1 машина ищет правый конец числа, в состоянии q_2 – пропускает знак «+», при достижении конца последовательности – останавливается. В состоянии q_3 машина знак «+» заменяет на знак «-», при достижении конца последовательности она останавливается.

2. Дана десятичная запись натурального числа $n > 1$. Разработайте машину Тьюринга, которая уменьшала бы заданное число n на 1. Автомат в состоянии q_1 обзревает правую цифру числа. Кроме самой программы-таблицы, опишите словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.

	a_0	0	1	2	...	8	9		
q_1		$9 \leftarrow q_1$	$0 ! q_0$	$1 ! q_0$		$7 ! q_0$	$8 ! q_0$		

Состояние q_1 – уменьшаем младшую (очередную) цифру на 1. Если она не равна 0, то после уменьшения сразу – останов. Если же младшая цифра равна 0, то вместо нее пишем 9, смещаемся влево и вновь выполняем вычитание. В клетку $[a_0, q_1]$ машина Тьюринга никогда не попадет, поэтому ее можно не заполнять.

3. Дан массив из открывающих и закрывающих скобок. Постройте машину Тьюринга, которая удаляла бы пары взаимных скобок, т. е. расположенных подряд «()».

Например, дано:) (() (()

Надо получить:) . . . ((

Автомат в состоянии q_1 обзревает крайний левый символ строки. Кроме самой программы-таблицы, опишите словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.

	a_0	()
q_1	$a_0 ! q_0$	$(\rightarrow q_2$	$) \rightarrow q_1$
q_2	$a_0 ! q_0$	$(\rightarrow q_2$	$) \leftarrow q_3$
q_3	$a_0 ! q_0$	$a_0 \leftarrow q_3$	$a_0 \leftarrow q_1$

Состояние q_1 : если встретили «(», то сдвиг вправо и переход в состояние q_2 ; если встретили « a_0 », то останов.

Состояние q_2 : анализ символа «(» на парность, в случае парности должны увидеть «)». Если парная, то возврат влево и переход в состояние q_3 .

Состояние q_3 : стираем сначала «(», затем «)» и переходим в q_1 .

Домашнее задание

1. $A = \{a, b, c\}$. Припишите слева к слову P символ b . Автомат в состоянии q_1 обозревает один из символов указанной последовательности.

2. $A = \{a, b, c\}$. Оставьте в слове P только последний символ. Автомат в состоянии q_1 обозревает один из символов указанной последовательности.

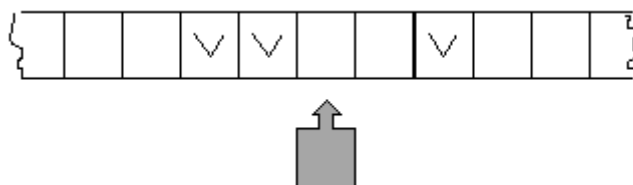
3. Напишите программу для машины Тьюринга, которая заменяет во входном слове, состоящем из 1 и 0, все 0 на 1, а все 1 на 0. Автомат находится над левым символом входного слова.

Практическое занятие 5.2

Составление алгоритма Поста для решения различных задач

Основные теоретические сведения

Машина Поста состоит из *ленты* и *каретки* (называемой также *считывающей* и *записывающей головкой*). Лента бесконечна и разделена на секции одинакового размера – *ячейки*.



В каждый момент времени каретка указывает на одну из ячеек (**текущая ячейка**).

В каждой ячейке ленты может быть либо ничего не записано, либо стоять метка **V**. Информация о том, какие ячейки пусты, а какие содержат метки, образует **состояние ленты**. Иными словами, **состояние ленты – это распределение меток по ячейкам**. Состояние ленты меняется в процессе работы машины. Заметим, что наличие метки в ячейке можно интерпретировать как 1, а отсутствие – 0. Такое двоичное представление информации подобно представлению, используемому практически во всех

современных ЭВМ. Существенное отличие автомата машины Поста от процессора компьютера состоит в том, что процессору доступны данные из любой ячейки памяти (в произвольном порядке), а в машине Поста – только последовательно.

Каретка может передвигаться вдоль ленты влево и вправо. Когда она неподвижна, она стоит против ровно одной ячейки ленты; говорят, что каретка обзрывает одну ячейку. За единицу времени каретка может совершить **одно из трех действий**:

- 1) стереть метку,
- 2) поставить метку,
- 3) совершить движение на соседнюю ячейку.

Состояние машины Поста складывается из состояния ленты и положения каретки.

Действия каретки подчинены программе, состоящей из перенумерованного набора команд (команды можно представлять как строки программы). Команды бывают шести типов:

Команда	Действие
$n \leftarrow m$	Сдвиг головки автомата на шаг влево и переход к выполнению команды с номером n
$n \rightarrow m$	Сдвиг головки автомата на шаг вправо и переход к выполнению команды с номером m
$n \vee m$	Запись метки в текущую пустую ячейку и переход к выполнению команды с номером m
$n \times m$	Стирание метки в текущей ячейке и переход к выполнению команды с номером m
!	Остановка выполнения программы
$n ? m, k$	Переход по содержимому текущей ячейки: если следующая ячейка пустая, то следующей будет выполняться команда с номером m , если со знаком, то выполнится команда номер k

Приведем список недопустимых действий, ведущих к аварийной остановке машины:

- попытка записать 1 (метку) в заполненную ячейку;
- попытка стереть метку в пустой ячейке;
- бесконечное выполнение (вообще говоря, это трудно назвать аварийным остановом, но бессмысленное повторение одних и тех же действий – заикливание – ничуть не лучше вышеперечисленного).

Машина Поста, несмотря на внешнюю простоту, может производить различные вычисления, для чего надо задать начальное состояние каретки и программу, которая эти вычисления сделает. Машиной эта математическая конструкция названа потому, что при ее построении используются некоторые понятия реальных машин (ячейка памяти, команда и др.). Условимся каждый шаг программы обозначать номером.

Будем говорить, что мы можем *применить программу к текущему состоянию машины Поста*, если выполнение программы не приведет к заикливанию, т. е. рано или поздно мы выполним команду *останов*.

Пример программы, которая не применима ни к одному состоянию машины Поста:

1. → 1
2. !

Примеры

1. На ленте проставлена метка в одной единственной ячейке. Каретка стоит на некотором расстоянии левее этой ячейки. Необходимо подвести каретку к ячейке, стереть метку и остановить каретку слева от этой ячейки.

Решение. Сначала попробуем описать алгоритм обычным языком. Поскольку нам известно, что каретка стоит напротив пустой ячейки, но неиз-

вестно, сколько шагов нужно совершить до пустой ячейки, мы можем сразу сделать шаг вправо; проверить, заполнена ли ячейка; если она пустая, то повторять эти действия до тех пор, пока не наткнемся на заполненную ячейку. Как только мы ее найдем, мы выполним операцию стирания, после чего нужно будет лишь сместить каретку влево и остановить выполнение программы.

Программа для машины Поста:

1. \rightarrow 2
2. ? 1 ; 3
3. X 4
4. \leftarrow 5
5. !

Примеры. Унарная запись числа

1. Увеличить число 3 на единицу в унарной системе.

Допустим, точно известно, что каретка стоит где-то слева от меток и обозревает пустую ячейку. Тогда программа увеличения числа на единицу может выглядеть так:

- 1 \rightarrow 2
- 2 ? 1;3
- 3 \leftarrow 4
- 4 V 5
- 5 !

2. Увеличить целое число на 2. Каретка обозревает любую метку.

1 → 2

2 ?; 3; 1

3 V4

4 → 5

5 V6

6 !

3. На ленте в унарной системе счисления записаны два числа: 6 и 4. Выполните вычитание этих чисел. Каретка находится между этими числами.

В результате исполнения программы на ленте останется число 2 в унарной системе счисления.

1 ← 2

2 ?; 1; 3

3 X 4

4 → 5

5 ?4;6

6 X7

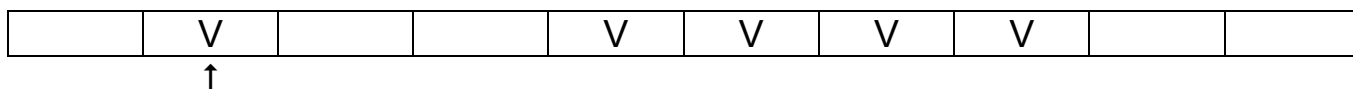
7 → 8

8 ?9;1

9 !

Задачи для самостоятельного решения

1.



Имеется группа подряд расположенных меток. В удаленной ячейке слева от них имеется метка, на которой установлена головка автомата. Машина должна стереть метку в текущей ячейке и присоединить его к группе меток, расположенных справа от головки.

2. Игра «Баше». Играют двое. Перед ними 21 (или 16, или 11 и т. д.) фишек. Игроки берут фишки по очереди. За один ход можно взять от 1 до 4 фишек. Проигрывает тот, кто заберет последнюю фишку.

Имеется выигрышная тактика для игрока, берущего фишки вторым. Она заключается в том, чтобы брать такое количество фишек, которое дополняет число фишек, взятых соперником на предыдущем ходе, до 5 штук.

Роль фишек на информационной ленте машины Поста будут выполнять метки. Машина играет с человеком. Человек берет фишку первым (стираем метку). Машина вступает в игру второй.

Исходная обстановка – на ленте массив, содержащий 21 метку. Головка автомата – на крайней левой ячейке массива. Выигрышный вариант – машина должна оставить одну метку для человека.

3. Даны два массива меток, которые находятся на некотором расстоянии друг от друга. Требуется соединить их в один массив. Каретка находится над крайней левой меткой первого массива.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ ПО ТЕМЕ 6 «СТРУКТУРЫ ДАННЫХ»

Практическое занятие 6.1

Решение задач с помощью деревьев и графов.

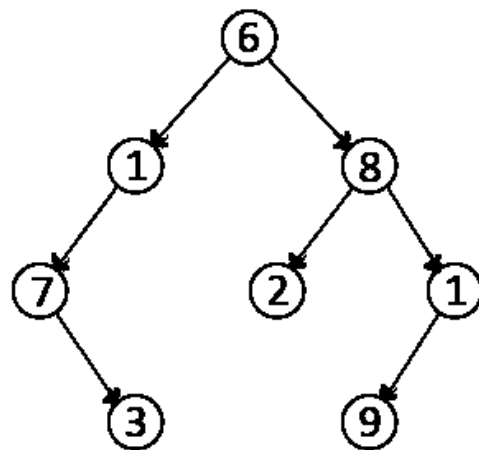
Решение задач ЕГЭ

Основные теоретические сведения

Дерево – это *структура данных*, представляющая собой совокупность элементов и отношений, образующих иерархическую структуру этих элементов.

При описании деревьев используется **специальная терминология**.

Каждый элемент дерева называется **вершиной (узлом) дерева**. Вершины дерева соединены направленными дугами, которые называют **ветвями** дерева. Начальный узел дерева называют **корнем дерева (6)**, ему соответствует нулевой уровень. **Листьями** дерева называют вершины, в которые входит одна ветвь и не выходит ни одной ветви (**3, 9, 2**).



Все вершины, в которые входят ветви, исходящие из одной общей вершины, называются **потомками**, а сама вершина – **предком**. При этом

любой потомок имеет ровно одного предка, а количество потомков у предка не ограничено.

Уровень потомка на единицу превосходит уровень его предка. Корень дерева не имеет предка, а листья дерева не имеют потомков.

Высота (глубина) дерева определяется количеством уровней, на которых располагаются его вершины. Высота пустого дерева равна нулю, высота дерева из одного корня – единице. На первом уровне дерева может быть только одна вершина – корень дерева, на втором – потомки корня дерева, на третьем – потомки потомков корня дерева и т. д.

Высота узла – максимальная длина нисходящего пути от этого узла к самому нижнему узлу (листу). **Глубина вложенности узла** равна длине пути до корневого узла.

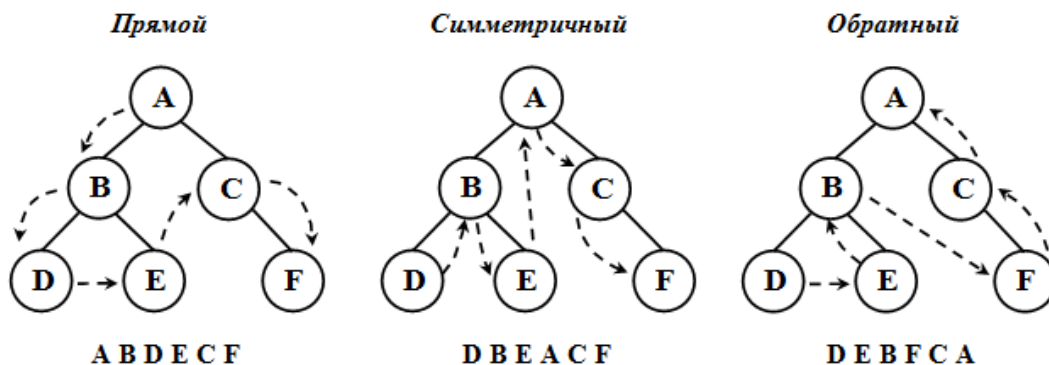
Поддерево часть древообразной структуры данных, которая может быть представлена в виде отдельного дерева. Так, например, на рисунке одно из поддеревьев включает корень **8** и элементы **2, 1, 9**.

С деревом можно выполнять многие операции, например находить элементы, удалять элементы и поддеревья, вставлять поддеревья, находить корневые узлы для некоторых вершин и др.

Одной из важнейших операций является обход дерева. **Обход дерева** – это упорядоченная последовательность вершин дерева, в которой каждая вершина встречается только один раз.

При обходе все вершины дерева должны посещаться в определенном порядке. Существует несколько способов обхода всех вершин дерева. Выделим три наиболее часто используемых способа обхода дерева:

- прямой;
- симметричный;
- обратный.



Двоичное (бинарное) дерево – частный случай дерева, в котором каждый узел может быть связан не более чем двумя другими узлами.

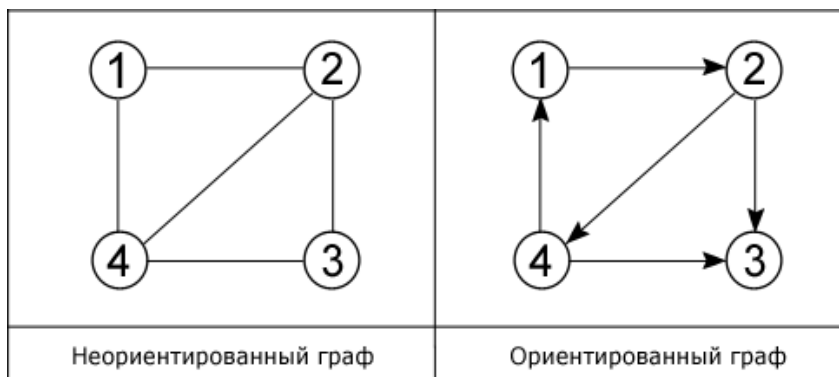
Деревья особенно часто используют на практике при изображении различных иерархий.

Над деревом определены следующие операции:

- добавление элемента в дерево,
- удаление элемента из дерева.
- обход дерева,
- поиск по дереву.

Раздел дискретной математики, занимающийся изучением графов, называется теорией графов. В теории графов подробно рассматриваются известные понятия, свойства, способы представления и области применения этих математических объектов. Нас же интересуют лишь те ее аспекты, которые важны в программировании.

Граф – совокупность точек, соединенных линиями. Точки называются вершинами (узлами), а линии – ребрами (дугами).

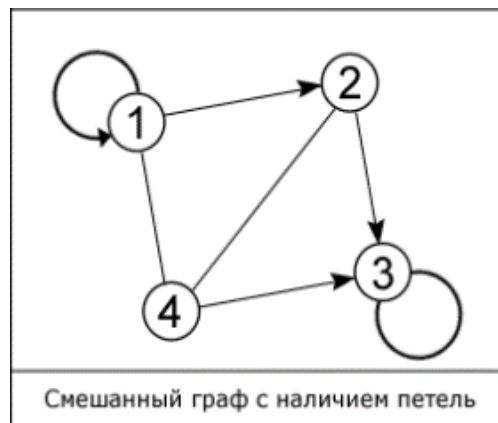


Как показано на рисунке, различают два основных вида графов: ориентированные и неориентированные. В первых ребра являются направленными, т. е. существует только одно доступное направление между двумя связными вершинами, например, из вершины 1 можно пройти в вершину 2, но не наоборот. В неориентированном связном графе из каждой вершины можно пройти в каждую и обратно. Частный случай двух этих видов – смешанный граф. Он характерен наличием как ориентированных, так и неориентированных ребер.

Степень входа вершины – количество входящих в нее ребер, степень выхода – количество исходящих ребер.

Ребра графа необязательно должны быть прямыми, а вершины обозначаться именно цифрами так, как показано на рисунке. К тому же встречаются такие графы, ребрам которых поставлено в соответствие конкретное значение, они именуются взвешенными графами, а это значение – весом ребра. Когда у ребра оба конца совпадают, т. е. ребро выходит из вершины F и входит в нее, то такое ребро называется петлей.

Графы широко используются в структурах, созданных человеком, например в компьютерных и транспортных сетях, веб-технологиях. Специальные способы представления позволяют использовать граф в информатике (в вычислительных машинах). Самые известные из них: «Матрица смежности», «Матрица инцидентности», «Список смежности», «Список ребер». Два первых, как понятно из названия, для репрезентации графа используют матрицу, а два последних – список.



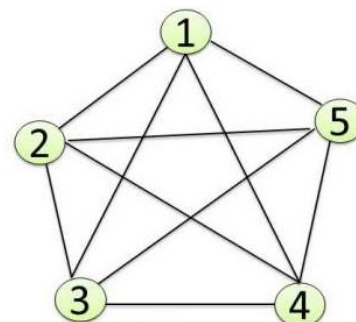
Решение многих математических задач упрощается, если удастся использовать графы. Представление данных в виде графа придает им на-

глядность и простоту. Многие математические доказательства также упрощаются, приобретают убедительность, если пользоваться графами.

Примеры

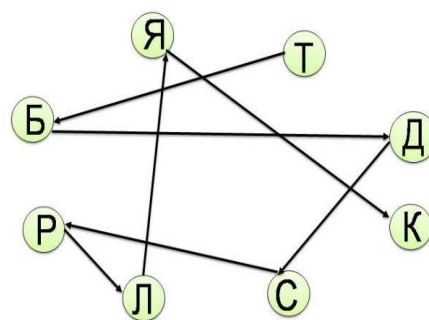
1. Пять ученых, участвовавших в научной конференции, обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Решение. Обозначим ученых вершинами графа и проведем от каждой вершины линии к четырем другим вершинам. Получаем 10 линий (ребра графа), которые и будут считаться рукопожатиями.



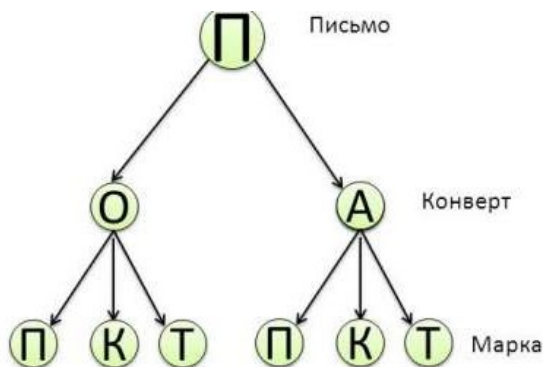
2. На пришкольном участке растут 8 деревьев: яблоня, тополь, береза, рябина, дуб, клен, лиственница и сосна. Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони. Расположите деревья от самого низкого к самому высокому.

Решение. Вершины графа – это деревья, обозначенные первой буквой названия дерева. В данной задаче два отношения: «быть ниже» и «быть выше». Рассмотрим отношение «быть ниже» и проведем стрелки от более низкого дерева к более высокому. Если в задаче сказано, что рябина выше лиственницы, то стрелку ставим от лиственницы к рябине и т. д. Получаем граф, на котором видно, что самое низкое дерево – клен, затем идут яблоня, лиственница, рябина, сосна, дуб, береза и тополь.



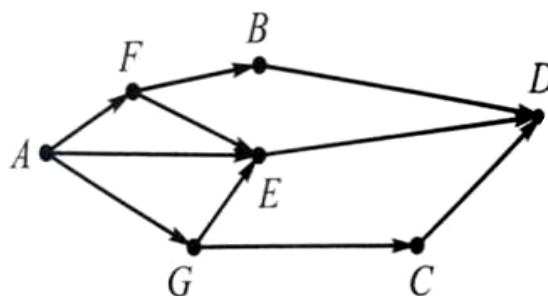
3. У Наташи есть 2 конверта: обычный и авиа – и 3 марки: прямоугольная, квадратная и треугольная. Сколькими способами Наташа может выбрать конверт и марку, чтобы отправить письмо?

Решение:

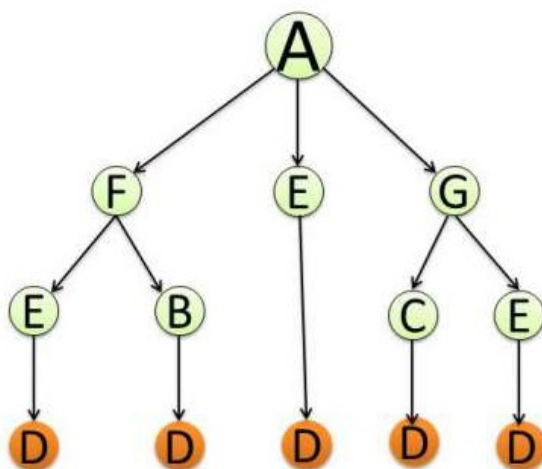


Ответ: 6 способами.

4. На рисунке изображена схема соединений, связывающих пункты A , F , G , B , E , C , D . По каждому соединению можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из пункта A в пункт D ?

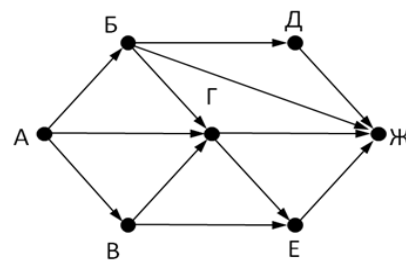


Решение:

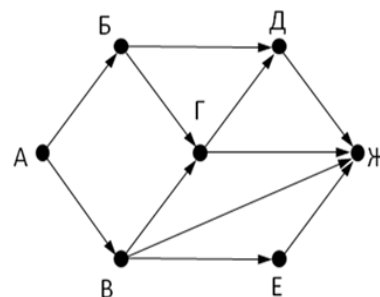


Задачи для самостоятельного решения

4.1. На рисунке – схема дорог, связывающих города $A, B, B, Г, Д, E, Ж$. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города A в город $Ж$?



4.2. На рисунке – схема дорог, связывающих города $A, B, B, Г, Д, E, Ж$. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города A в город $Ж$?

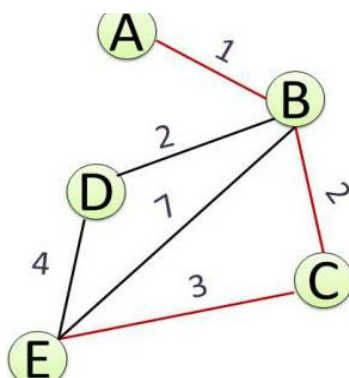


Пример

5. Между населенными пунктами A, B, C, D, E построены дороги. Нужно определить длину кратчайшего пути между пунктами A и E . Передвигаться можно только по дорогам, протяженность которых указана в таблице.

	A	B	C	D	E
A		1			
B	1		2	2	7
C		2			3
D		2			4
E		7	3	4	

Решение:



Ответ: 6.

Задачи для самостоятельного решения

5.1. Между населенными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяженность которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.) Определите длину кратчайшего маршрута из A в F .

	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

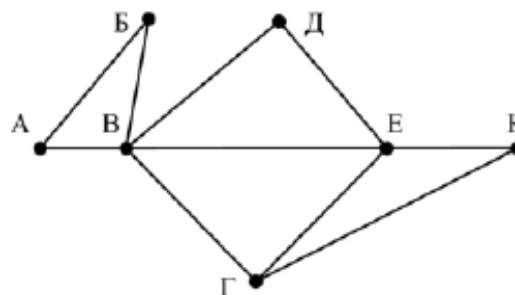
5.2. Между населенными пунктами A, B, C, D, E построены дороги, протяженность которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Определите длину кратчайшего маршрута из A в B .

	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		1
C		4		4	2
D	1		4		
E		1	2		

Пример 6.

A. На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах). Определите, какова длина дороги из пункта B в пункт E . В ответе запишите целое число так, как оно указано в таблице.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	

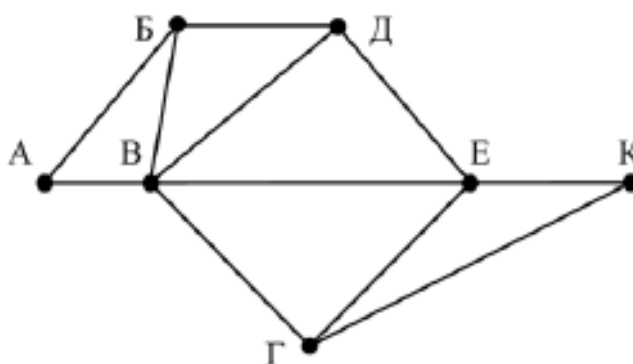


Решение. Пункт B – единственный пункт с пятью дорогами, значит, ему соответствует П6, а пункт E – единственный с четырьмя дорогами, значит, ему соответствует П4. Длина дороги из П6 в П4 равна 20.

Ответ: 20.

Б. На рисунке схема дорог N -ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		40		15			
П2	40			35		48	
П3					10	65	11
П4	15	35				22	33
П5			10			50	
П6		48	65	22	50		40
П7			11	33		40	



Определите длину дороги из пункта B в пункт D . В ответе запишите целое число.

Решение. Есть только один пункт, из которого ведет 5 дорог – это B , а в таблице – П6.

Из A ведет две дороги и одна из них в B . В таблице такому соответствует П5.

Из B ведет 3 дороги, причем есть дороги в A и в B , в таблице под такое подходит только П3.

Из D три дороги, две из которых в B и в B , в таблице только один пункт такому соответствует – П7.

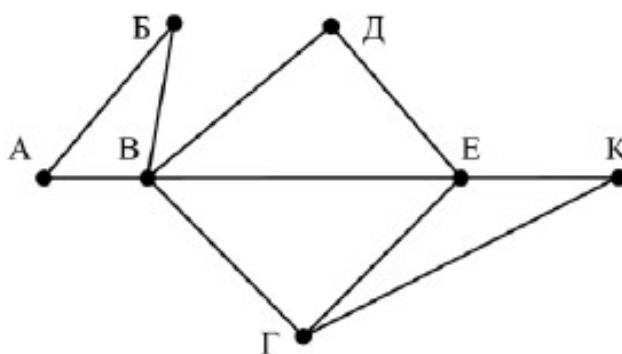
Таким образом, B – это П3, а D – П7. Длина дороги между П3 и П7 – 11.

Ответ: 11 км.

Задачи для самостоятельного решения

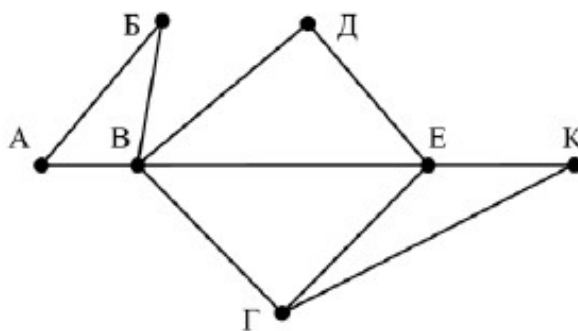
6.1. На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	



6.2. На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

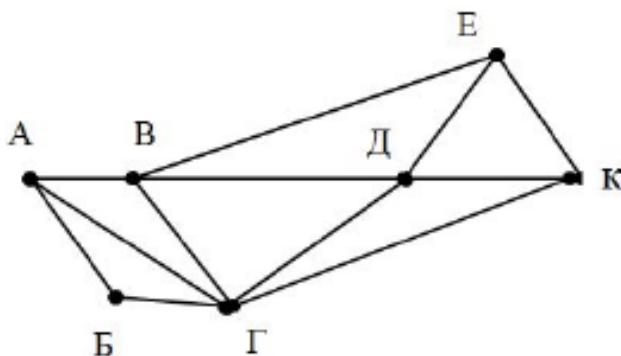
	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	



6.3. На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

Определите длину дороги из пункта А в пункт Г. В ответе запишите целое число.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		57		20		25	
П2	57		22	42	8		21
П3		22			23		8
П4	20	42				7	33
П5		8	23				
П6	25			7			9
П7		21	8	33		9	

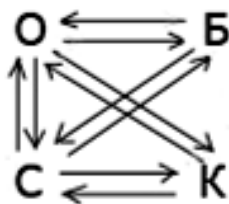


Пример 7. Между четырьмя местными аэропортами: «Октябрь», «Берег», «Красный» и «Сосново» – ежедневно выполняются авиарейсы. Приведен фрагмент расписания перелетов между ними:

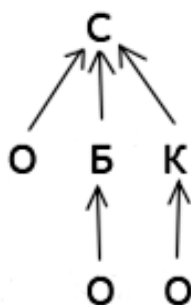
Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
Сосново	Красный	06:20	08:35
Красный	Октябрь	10:25	12:35
Октябрь	Красный	11:45	13:30
Берег	Сосново	12:15	14:25
Сосново	Октябрь	12:45	16:35
Красный	Сосново	13:15	15:40
Октябрь	Сосново	13:40	17:25
Октябрь	Берег	15:30	17:15
Сосново	Берег	17:35	19:30
Берег	Октябрь	19:40	21:55

Путешественник оказался в аэропорту «Октябрь» в полночь (00:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт «Сосново».

Решение. Изобразим данные таблицы в виде графа. Введем обозначения: О – «Октябрь», Б – «Берег», К – «Красный», С – «Сосново».



Построим граф, показывающий все пути из О в С. Граф начнем с ко-
нечного пункта:



Есть три пути:

1-й путь: $O \rightarrow C$.

2-й путь: $O \rightarrow Б \rightarrow C$.

3-й путь: $O \rightarrow К \rightarrow C$.

Проверим по времени каждый вариант:

1-й путь: $O \rightarrow C$ (13:40–17:25). Путешественник прибыл в 17:25.

2-й путь: $O \rightarrow Б$ (15:30–17:15). $Б \rightarrow C$ (12:15 – путешественник не успел
на рейс).

3-й путь: $O \rightarrow К$ (11:45–13:30). $К \rightarrow C$ (13:15 – путешественник не успел
на рейс).

Получили время прибытия: 17:25.

Ответ: 17:25.

Задачи для самостоятельного решения

7.1. Между четырьмя местными аэропортами: «Ноябрь», «Остров», «Синее» и «Елкино» – ежедневно выполняются авиарейсы. Приведен фрагмент расписания перелетов между ними:

Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
Ноябрь	Синее	07:30	09:50
Остров	Ноябрь	08:15	10:35
Елкино	Синее	11:35	13:25
Синее	Ноябрь	12:10	14:30
Ноябрь	Остров	12:30	14:30
Остров	Елкино	14:10	16:20
Ноябрь	Елкино	15:15	16:45
Синее	Елкино	14:20	16:30
Елкино	Ноябрь	17:40	19:10
Елкино	Остров	18:40	20:45

Путешественник оказался в аэропорту «Синее» в полночь (00:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт «Остров».

7.2. Между четырьмя местными аэропортами: «Восторг», «Заря», «Озерный» и «Горка» – ежедневно выполняются авиарейсы. Приведен фрагмент расписания перелетов между ними:

Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
Восторг	Горка	13:10	17:15
Озерный	Заря	13:00	14:30
Озерный	Восторг	12:10	14:20
Горка	Озерный	11:15	15:30
Восторг	Озерный	12:35	14:50
Заря	Озерный	12:30	14:20
Восторг	Заря	10:30	12:15
Заря	Горка	14:40	16:45
Горка	Заря	15:15	17:20
Озерный	Горка	14:30	16:20

Путешественник оказался в аэропорту «Восторг» в полночь (00:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт «Горка».

Домашнее задание (подготовка к контрольной работе)

1. Прорешать подобные задачи из «Решу ЕГЭ» (<https://inf-ege.sdangia.ru/>).

Практическое занятие 6.2.

Решение задач с помощью графов и их свойств.

Решение задач ЕГЭ

Основные теоретические сведения

Степень вершины – количество ребер графа, исходящих из этой вершины. Вершина называется нечетной, если степень этой вершины **нечетная**, четной – если степень этой вершины **четная**.

Закономерности, присущие определенным графам:

Закономерность 1. Степени вершин полного графа одинаковы, и каждая из них на 1 меньше числа вершин этого графа.

Закономерность 2. Сумма степеней вершин графа – число четное, равное удвоенному числу ребер графа.

Закономерность 3. Число нечетных вершин любого графа четно.

Закономерность 4 (вытекает из рассмотренной нами закономерности 3). Невозможно начертить граф с нечетным числом нечетных вершин.

Закономерность 5. Если все вершины графа четные, то можно, не отрывая карандаш от бумаги (одним росчерком), проводя по каждому ребру только один раз, начертить этот граф. Движение можно начать с любой вершины и закончить его в той же вершине.

Закономерность 6. Граф, имеющий всего две нечетные вершины, можно начертить, не отрывая карандаш от бумаги, при этом движение

нужно начать с одной из этих нечетных вершин и закончить во второй из них.

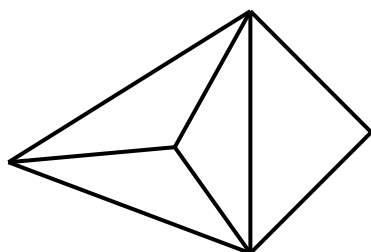
Закономерность 7. Граф, имеющий более двух нечетных вершин, невозможно начертить одним росчерком.

Фигура (граф), которую можно начертить, не отрывая карандаш от бумаги, называется *уникурсальной*.

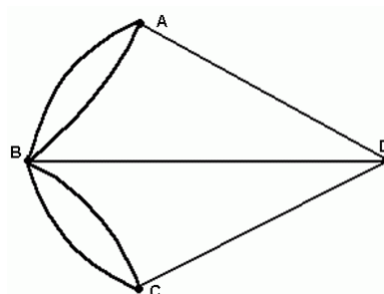
Граф, который можно нарисовать, не отрывая карандаша от бумаги и проводя каждое ребро один раз, называется *эйлеровым*.

Задания и примеры

1. Можно ли нарисовать граф, изображенный на рисунках *а* и *б*, не отрывая карандаш от бумаги и проводя каждое ребро ровно один раз? (да)/(нет).

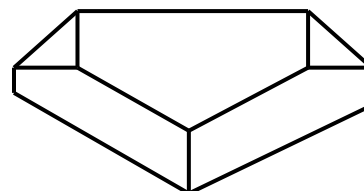


а



б

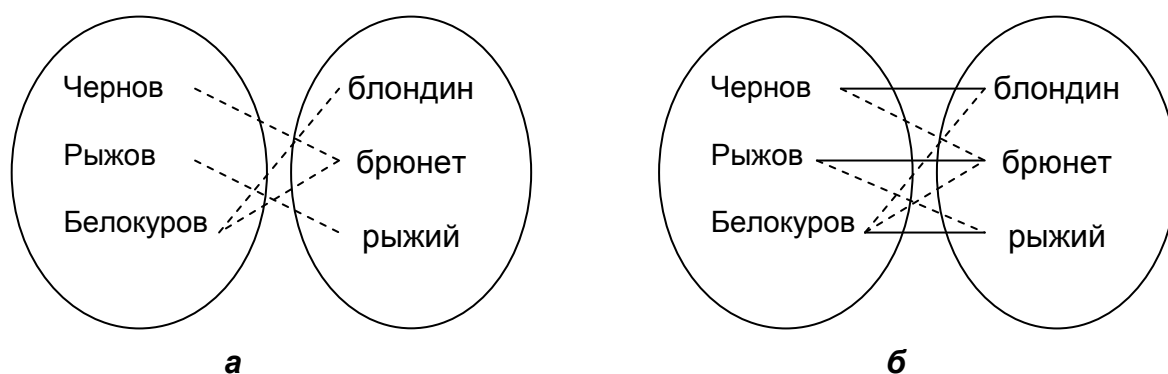
2. Хулиган Вася решил прогуляться по парку и его окрестностям так, чтобы при этом перелезть через каждый забор ровно один раз. Сможет ли он это сделать?



3. Беседуют три друга: Белокуров, Чернов и Рыжов. Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой брюнет, а тре-

тий рыжий, но ни у одного цвет волос не соответствует фамилии». Какой цвет волос имеет каждый из друзей?

Можно эту задачу решить с помощью графов. Будем пунктиром обозначать несуществующие отношения между элементами двух множеств (в данном случае множеством друзей и множеством цветов их волос), а сплошной линией – существующие отношения. Из условия задачи следует:



Каждому из друзей должен соответствовать только один цвет волос. Во втором множестве рисунка а есть один элемент (брюнет), из которого идут две пунктирные линии, значит, из этой точки должна идти одна сплошная линия и провести ее можно только к Рыжову. От Белокурова идут две пунктирные линии, значит, от него надо провести сплошную линию, и провести ее можно только к рыжему. Остается Чернов – блондин.

4. Три подруги вышли погулять, одна из них была в белом, другая в зеленом, а третья в синем платье. Их туфли тех же трех цветов. Известно, что у Ани цвет платья и туфель совпадают. Ни платье, ни туфли Вали не были белыми, Наташа была в зеленых туфлях. Определить цвет платья и туфель каждой девочки.

5. Кто играет Ляпкина-Тяпкина? В школьном драмкружке решили поставить гоголевского «Ревизора». И тут разгорелся жаркий спор. Все началось с Ляпкина-Тяпкина.

– Ляпкиным-Тяпкиным буду я! – решительно заявил Гена.

– Нет, я буду Ляпкиным-Тяпкиным, – возразил Дима. – С раннего детства мечтал воплотить этот образ на сцене.

– Ну, хорошо, согласен уступить эту роль, если мне дадут сыграть Хлестакова, – проявил добродушие Гена.

– А мне – Осипа, – не уступил ему в великодушии Дима.

– Хочу быть Земляником или Городничим, – сказал Вова.

– Нет. Городничим буду я, – хором закричали Алик и Боря. – Или Хлестаковым, – добавили они одновременно.

Удастся ли распределить роли так, чтобы исполнители были довольны?

6. Один из ребят сказал: «А у нас в классе 25 человек, и каждый дружит ровно с семью одноклассниками!»

«Не может быть этого», – ответил приятелю Витя Иванов, победитель олимпиады. Почему он так ответил?

7. В стране 15 городов, каждый соединен дорогами не менее чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно проехать в любой другой либо напрямую, либо через один промежуточный город.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ ПО ТЕМЕ 7 «ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭВМ»

Практическое занятие 7.1 Минимизация булевых выражений

Основные теоретические сведения

Для описания логики функционирования аппаратных и программных средств ЭВМ используется **алгебра логики**, или, как ее часто называют, **булева алгебра** (по имени основоположника этого раздела математики Дж. Буля).

Булева алгебра оперирует логическими переменными, которые могут принимать только два значения: *истина* или *ложь* (true или false), обозначаемые соответственно 1 и 0.

Основной системой счисления ЭВМ является двоичная система счисления, в которой используются только две цифры: 1 и 0. Значит, одни и те же цифровые устройства ЭВМ могут применяться для обработки как числовой информации в двоичной системой счисления, так и логических переменных. Это обуславливает универсальность (однотипность) схемной реализации процесса обработки информации в ЭВМ.

Основные логические операции приведены в приложении Б.

Операции с множествами тесно связаны с логическими операциями.

Пусть A и B – логические выражения, которые определяют множества A и B . Тогда:

- выражение \bar{A} («не A ») задает множество \bar{A} ;
- выражение AB (« A и B ») задает множество $A \cdot B$;
- выражение $A+B$ (« A или B ») задает множество $A + B$.

Приоритет логических операций:

- 0) выражение в скобках;
- 1) логическое НЕ (инверсия);
- 2) логическое И (конъюнкция);
- 3) логическое ИЛИ (дизъюнкция), исключающее ИЛИ;
- 4) следование (импликация);
- 5) равносильность (эквиваленция).

Выражение дополнительных логических операций через базовые операции:

Операция	Запись	Эквивалент в базовых операциях
Импликация	$A \rightarrow B$	$\bar{A} \vee B$
Эквиваленция	$A \equiv B$	$(A \cdot B) \vee (\bar{A} \cdot \bar{B});$ $AB \vee \bar{A}\bar{B}$
Исключающее ИЛИ	$A \otimes B$	$(\bar{A} \cdot B) \vee (A \cdot \bar{B});$ $\bar{A}B \vee A\bar{B}$

Основные законы алгебры логики представлены в приложении В.

Примеры

1. Упростите выражение $\bar{B}(A \vee (\overline{A \wedge B}))$.

Решение:

1. Применим закон Моргана: $\bar{B}(A \vee (\overline{A \wedge B})) = \bar{B}(A \vee (\bar{A} \vee \bar{B}))$.

2. Применим сочетательный закон: $\bar{B}(A \vee (\bar{A} \vee \bar{B})) = (\bar{B}(A \vee \bar{A}) \vee \bar{B})$.

3. Применим закон логического сложения: $(\overline{B}(A \vee \overline{A}) \vee \overline{B}) = \overline{B}(1 \vee \overline{B})$.
4. Снова применим тождество логического сложения: $\overline{B}(1 \vee \overline{B}) = \overline{B} \wedge 1$.
5. Тождество логического умножения: $\overline{B} \wedge 1 = \overline{B}$.

2. Упростите выражение $(A \vee C)(A \vee \overline{C})(\overline{B} \vee C)$.

Решение:

1. Распределительный закон $(A \vee C)(A \vee \overline{C})(\overline{B} \vee C) = A \vee (C \wedge \overline{C})(\overline{B} \vee C)$.
2. Закон логического умножения: $A \vee (C \wedge \overline{C})(\overline{B} \vee C) = (A \vee 0)(\overline{B} \vee C)$.
3. Закон логического сложения: $(A \vee 0)(\overline{B} \vee C) = A(\overline{B} \vee C)$.

3. Какое логическое выражение равносильно выражению $(A \vee \overline{C})(\overline{B \wedge C})$?

1. $A \vee \overline{C} \wedge B \vee \overline{C}$
2. $A \vee \overline{C}$
3. $(A \wedge B)\overline{C}$
4. $\overline{C}(A \vee B)$

Решение:

1. В соответствии с законом Моргана: $(A \vee \overline{C})(\overline{B \wedge C}) = (A \vee \overline{C})(\overline{\overline{B} \vee \overline{C}}) = (A \vee \overline{C})(B \vee \overline{C})$.

2. Распределительный закон, выносим \overline{C} за скобки: $= (A \wedge B)\overline{C}$.

4. Для какого из указанных значений X истинно высказывание:

$\overline{(X > 2)} \rightarrow (X > 3)$?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

Пояснение. Высказывание истинно, если выражение в скобках ложно. Импликация ложна тогда и только тогда, когда посылка истинна, а следствие ложно. Посылка истинна в вариантах 3 и 4, однако вариант 4 не подходит, так как в таком случае следствие истинно. Следовательно, ответ 3.

Задания для самостоятельного решения

1. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$(\overline{A \vee B}) \vee C.$$

1. $\overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C}$
2. $(\overline{A} \wedge \overline{B}) \vee C$
3. $(A \wedge B) \vee \overline{C}$
4. $A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}$

2. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$\overline{A \vee (B \vee C)}.$$

1. $\overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C}$
2. $A \wedge (\overline{B \wedge C})$
3. $\overline{A} \wedge (B \vee C)$
4. $B \vee (\overline{B} \wedge \overline{C})$

3. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$(\overline{\overline{A} \vee B}) \vee \overline{C}.$$

1. $(A \wedge \overline{B}) \vee \overline{C}$
2. $\overline{A} \vee B \vee \overline{C}$
3. $A \vee \overline{B} \wedge C$
4. $(\overline{A} \wedge B) \vee C$

4. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$\overline{(A \wedge C)} \wedge B.$$

1. $(\bar{A} \vee C) \wedge B$
2. $\bar{A} \vee B \vee \bar{C}$
3. $(A \wedge \bar{C}) \wedge \bar{B}$
4. $\bar{A} \vee B \wedge C$

5. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$\overline{(A \wedge C)} \wedge B.$$

1. $\bar{A} \vee C \wedge B$
2. $\bar{A} \wedge B \vee \bar{C}$
3. $(A \wedge \bar{C}) \wedge \bar{B}$
4. $\bar{A} \wedge B \vee C \wedge B$

6. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$(\bar{A} \vee B) \vee C.$$

1. $A\bar{B} \vee C$
2. $\bar{A} \vee B \vee C$
3. $A \vee \bar{B} \vee C$
4. $\bar{A}B \vee C$

7. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$\overline{(A \vee B \vee C)}.$$

1. $\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}$
2. $A \vee B \vee C$
3. ABC
4. $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$

8. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$(\bar{A} \vee \bar{B}) \vee \bar{C}.$$

1. $(\overline{A \wedge B}) \vee \bar{C}$

2. $\bar{A} \wedge \bar{B} \vee \bar{C}$

3. $\bar{A} \wedge (\bar{B} \wedge \bar{C})$

4. $(A \wedge B) \wedge C$

9. Для какого из указанных значений X истинно высказывание

$$\overline{(X > 3)} \rightarrow (X > 4)?$$

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

10. Для какого из указанных значений X истинно высказывание

$$\overline{((X > 56) \rightarrow (X > 198))} \wedge (X < 369)?$$

1) 100

2) 200

3) 300

4) 400

Примеры

1. Заполните таблицу истинности логических выражений:

	B	$\wedge B$	$(\overline{A \wedge B})$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

2. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F , зависящего от трех аргументов X, Y, Z .

X	Y	Z	F
0	0	1	1
1	1	0	1
0	1	1	0

Укажите номер логического выражения, которое соответствует всем значениям F :

1. $\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}$
2. $\bar{X} \vee \bar{Y} \vee Z$
3. $X \vee \bar{Y} \wedge Z$
4. $X \wedge Y \vee Z$
5. $\bar{X} \vee Y \wedge \bar{Z}$

3. Логическая функция F задается выражением $x \rightarrow y$. Дан фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y .

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

В ответе напишите буквы x, y в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу, затем – буква, соответствующая второму столбцу).

Решение:

$x \rightarrow y$ – это импликация: $\bar{X} \vee Y$. Проверяем варианты методом подстановки.

Задания для самостоятельного решения

1. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

X	Y	Z	F
0	0	0	0
1	1	0	1
1	0	0	1

Какое выражение соответствует F ?

1. $\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}$
2. $X\bar{Y}\bar{Z}$
3. $X \vee Y \vee Z$
4. XYZ

2. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

X	Y	Z	F
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	1	1

Какое выражение соответствует F ?

1. $\bar{X} \vee \bar{Y}Z$
2. $\bar{X} \vee YZ$

3. $\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}$

4. $X\bar{Y} \vee Z$

3. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

X	Y	\bar{X}	F
0	1	0	1
1	1	0	1
0	0	1	0

Какое выражение соответствует F ?

1. $\bar{X} \vee Y\bar{Z}$

2. $\bar{X} \vee Y \vee Z$

3. $X\bar{Z} \vee Y$

4. $\bar{X}\bar{Z} \vee \bar{Y}$

4. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: A, B, C . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

A	B	C	F
0	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	0

Какое выражение соответствует F ?

1. $\bar{A}BC$

2. $A \vee BC$

3. $\bar{A}B \vee \bar{C}$

4. $\bar{A} \vee B \vee \bar{C}$

5. Логическая функция F задается выражением $\overline{X}\overline{Y} \vee Z$. Дан фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу, затем буква, соответствующая второму столбцу).

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
0	0	1	1
1	0	1	1

6. Логическая функция F задается выражением $\overline{X} \vee \overline{Y}Z$. Дан фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу, затем буква, соответствующая второму столбцу).

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	1	0	1

Практическое занятие 7.2

Решение логических задач с помощью логических выражений

Пример 1. Для какого слова истинно высказывание:

$$\overline{(\text{Первая буква слова согласная} \rightarrow (\text{Вторая буква слова гласная} \vee \vee \text{Последняя буква слова гласная}))}?$$

1. Гора
2. Брикет
3. Трубка
4. Парад

Решение. 1 – верное высказывание; 0 – ложь.

1. Гора: $\overline{(1 \rightarrow (1 \vee 1))} = \overline{(1 \rightarrow 1)} = 0.$
2. Брикет: $\overline{(1 \rightarrow (0 \vee 0))} = \overline{(1 \rightarrow 0)} = 1.$

Задания для самостоятельного решения

1. Для какого имени истинно высказывание:

$$(\text{Первая буква согласная} \rightarrow \text{Вторая буква согласная}) \equiv \equiv \text{Имя содержит букву «л»)?$$

1. Людмила
2. Василий
3. София
4. Степан

Пример 2. Задача «Уроки логики».

На вопрос, кто из трех учащихся изучал логику, был получен ответ: «Если изучал первый, то изучал и второй, но неверно, что если изучал третий, то изучал и второй». Кто из учащихся изучал логику?

Решение. Обозначим через A , B , C простые высказывания:

A = «Первый ученик изучал логику»;

B = «Второй ученик изучал логику»;

C = «Третий ученик изучал логику».

Из условия задачи следует истинность высказывания: $(A \rightarrow B)(\overline{C \rightarrow B})$.

Упростим получившееся высказывание:

$$(A \rightarrow B)(\overline{C \rightarrow B}) = (\overline{A} \vee B)(\overline{C \vee B}) = (\overline{A} \vee B)C\overline{B} = \overline{A}C\overline{B} \vee BC\overline{B} = \overline{A}C\overline{B}.$$

Получившееся высказывание будет истинным только в случае, если C – истина, а A и B – ложь. А это значит, что логику изучал только третий ученик, а первый и второй не изучали.

Пример 3. Задача «Преступление».

Определите, кто из подозреваемых участвовал в преступлении, если известно:

1. Если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал.

2. Если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал.

Решение.

1 способ – построение таблицы истинности.

Определим простейшие высказывания:

A = «Иванов участвовал»;

B = «Петров участвовал»;

C = «Сидоров участвовал».

Составим логические формулы:

$$1. (\bar{A} \vee B) \rightarrow C.$$

$$2. \bar{A} \rightarrow \bar{C}.$$

Составляем конечную формулу, упрощаем и строим таблицу:

$$((\bar{A} \vee B) \rightarrow C) \wedge (\bar{A} \rightarrow \bar{C}).$$

A	B	C	\bar{A}	$\bar{A} \vee B$	$(\bar{A} \vee B) \rightarrow C$	\bar{A}	\bar{C}	$\bar{A} \rightarrow \bar{C}$	$((\bar{A} \vee B) \rightarrow C) \wedge (\bar{A} \rightarrow \bar{C})$
0	0	0	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1	1

В итоге мы видим, что только у Иванова в полученных строках «истина» совпадает с его участием в преступлении. Значит, он и есть преступник. Остальные или не участвовали в преступлении, или не хватает улики для их обвинения.

Ответ: участвовал Иванов.

2 способ. Упрощение логического выражения.

$$((\bar{A} \vee B) \rightarrow C) (\bar{A} \rightarrow \bar{C}) = \dots$$

Задания для самостоятельного решения

1. В симфонический оркестр приняли на работу трех музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.

Известно, что:

1. Смит самый высокий.
2. Играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте.
3. Играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу.
4. Когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их.
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

2. Семья, состоящая из отца A , матери B и трех дочерей C , D , E , купила телевизор. Условились, что в первый вечер будут смотреть передачи в таком порядке:

1. Когда отец A смотрит передачу, то мать B делает то же.
 2. Дочери D и E обе или одна из них смотрят передачу.
 3. Из двух членов семьи мать B и дочь C смотрят передачу одна и только одна.
 4. Дочери C и D или обе смотрят, или обе не смотрят.
 5. Если дочь E смотрит передачу, то отец A и дочь D делают то же.
- Кто из членов семьи в этот вечер смотрит передачу?

Домашнее задание (подготовка к контрольной работе)

Прорешать подобные задачи из «Решу ЕГЭ (<https://inf-ege.sdamgia.ru/>)».

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Примеры таблиц сложения и умножения в двоичной и восьмеричной системах счисления

Таблица сложения в двоичной системе

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица сложения в восьмеричной системе

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Таблица умножения в двоичной системе

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Таблица умножения в восьмеричной системе

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	12	13
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	11	25	34	43	52	61

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	101
$n = 2$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1054
$n = 8$	1	8	64	512	4 096	32 768	2 621 144				
$n = 16$	1	16	256	4 096	65 536	1 048 576	16 777 216				

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Основные логические операции

Наименование	Смысл операции	Обозначение	Таблица истинности															
Базовые																		
1. Отрицание (инверсия, логическое НЕ)	результат меняется на противоположный (вместо истины – ложь, вместо лжи – истина)	$\neg, \bar{A}, -$	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>\bar{A}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	A	\bar{A}	0	1	1	0									
A	\bar{A}																	
0	1																	
1	0																	
2. Логическое сложение (дизъюнкция, логическое ИЛИ)	результат – истина, если хотя бы один операнд истина	$\vee, +$	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>$A \vee B$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	$A \vee B$	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
A	B	$A \vee B$																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
3. Логическое умножение (конъюнкция, логическое И)	результат – истина, если оба операнда – истина	$\wedge, \&$	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>$A \wedge B$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	$A \wedge B$	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	$A \wedge B$																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
Дополнительные																		
4. Следование (импликация)	из лжи может следовать что угодно, а из истины – только истина	\rightarrow	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>$A \rightarrow B$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	$A \rightarrow B$	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
A	B	$A \rightarrow B$																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	0																
1	1	1																
5. Равносильность (эквиваленция)	результат – истина, если операнды одинаковые	\leftrightarrow, \equiv	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>$A \leftrightarrow B$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	$A \leftrightarrow B$	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	$A \leftrightarrow B$																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
6. Сложение по модулю 2 (исключающее ИЛИ, XOR)	результат – истина, если операнды разные	\oplus	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>$A \oplus B$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	$A \oplus B$	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
A	B	$A \oplus B$																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Основные законы алгебры логики

Название закона	Формулировка
Переместительный закон	$A \vee B = B \vee A$ $AB = BA$
Сочетательный закон	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
Распределительный закон	$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
Закон непротиворечия. Этот закон выражает тот факт, что высказывание не может быть одновременно истинным и ложным	$A \vee \bar{A} = 0$
Закон исключающего третьего. Этот закон означает, что либо высказывание, либо его отрицание должно быть истинным	$A \vee \bar{A} = 1$
Закон двойного отрицания	$\neg(\bar{A}) = A$
Законы де Моргана	$\overline{(A \vee B)} = \bar{A} \wedge \bar{B}$ $\overline{(A \wedge B)} = \bar{A} \vee \bar{B}$
Законы переменной с самой собой	$A \vee A = A$ $A \wedge A = A$
Закон логического умножения	$A \wedge 0 = 0$ $A \wedge 1 = A$ $A \wedge A = A$ $A \wedge \bar{A} = 0$
Закон логического сложения	$A \vee 0 = A$ $A \vee 1 = 1$ $A \vee A = A$ $A \vee \bar{A} = 1$
Законы поглощения	$A \vee (A \wedge B) = A$ $A \wedge (A \vee B) = A$ $A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$

Список информационных источников

1. ЕГЭ-2019. Информатика : сборник заданий : 350 заданий с ответами / Е. М. Зорина, М. В. Зорин. – Москва : Эксмо, 2018. – 240 с. – (ЕГЭ. Сборник заданий).
2. ЕГЭ-2018. Информатика: 10 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к единому государственному экзамену // Д. М. Ушаков. – Москва : АСТ, 2017. – 147, [5] с. – (ЕГЭ-2018. Это будет на экзамене).
3. ЕГЭ-2019. Тренажер. Информатика / С. С. Крылов, Д. М. Ушаков. – Москва : Экзамен, 2019. – 263, [1] с. – (ЕГЭ. Тренажер).
4. Информатика и ИКТ. Профильный уровень: учебник для 10 класса / И. Г. Семакин, Т. Ю. Шеина. Л. В. Шестакова. – 4-е изд. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 363 с.
5. Стариченко, Б. Е. Теоретические основы информатики : учеб. пособие для студентов вузов / Б. Е. Стариченко. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2004. – 312 с.